

VALORI ESTREMI DELLA PRECIPITAZIONE
E LORO RAGGUAGLIO AREALE NEL
BACINO DEL FIUME RENO



ET&P Srl

Via Musolesi, 1/a - 40138 Bologna

Tel. +39-51-392350

fax +39-51-392348

e_mail etpmail@tin.it

INDICE

1.	INTRODUZIONE	1
2.	REGIONALIZZAZIONE DELLE PRECIPITAZIONI ESTREME.....	1
	2.1. DATI UTILIZZATI.....	3
	2.2. METODOLOGIA	5
	2.2.1. La regionalizzazione del valore medio delle precipitazioni intense	7
	2.2.2. La regionalizzazione delle curve di crescita.....	8
	2.3. RISULTATI	9
	2.4. CONCLUSIONI.....	34
3.	STUDIO DEI FATTORI DI RIDUZIONE AREALE DELLE PIOGGE ESTREME	35
	3.1. DATI UTILIZZATI.....	35
	3.2. METODOLOGIA	38
	3.3. RISULTATI	41
	3.4. CONCLUSIONI.....	49
	APPENDICI.....	

1. INTRODUZIONE

In questo rapporto viene descritto lo studio volto alla definizione degli elementi utili al calcolo delle quantità di precipitazioni relative ad eventi estremi di durata e tempo di ritorno prefissati, relativamente a porzioni di territorio di superficie variabile, appartenenti al bacino del fiume Reno.

La valutazione quantitativa proposta si compone di tre fasi: la regionalizzazione delle precipitazioni estreme, la regionalizzazione delle “curve di crescita” e la valutazione dei coefficienti di smorzamento areale. Le prime due fasi permettono di valutare i valori estremi di pioggia a livello puntuale associati ad una probabilità data, mentre la terza fase consente di estendere i valori di pioggia estremi ad una superficie, tenendo conto in senso statistico, della contemporaneità nel verificarsi di eventi estremi su tutta l’area in esame.

Il rapporto è stato articolato in due capitoli, di cui il primo tratta il problema della regionalizzazione delle piogge puntuali di prefissata durata e tempo di ritorno, mentre il secondo descrive il lavoro svolto per determinare le curve di smorzamento areale valide sul bacino del fiume Reno.

2. LA REGIONALIZZAZIONE DELLE PRECIPITAZIONI ESTREME

Lo studio della regionalizzazione delle precipitazioni estreme, nasce dalla necessità di determinare dei valori di progetto per grandezze idrologiche, quali appunto le precipitazioni, in punti situati all'interno di un bacino idrografico ma privi di stazioni di misura . Esso comporta quindi l'analisi dei dati disponibili nelle stazioni di osservazione ed il trasferimento dell'informazione a tutti i punti generici del bacino.

Un metodo per poter raggiungere tale obiettivo, in maniera agevole ed il più possibile oggettiva, è la "regionalizzazione" dell'informazione idrologica su tutta l'unità fisiografica, effettuata con procedure operative più o meno di agevole applicabilità (Wallis, 1980).

Poiché la disponibilità di dati nelle stazioni di misura raramente supera i cinquanta anni, la stima delle distribuzioni di probabilità e dei loro parametri comporta un notevole grado di indeterminazione quando venga usata la serie di dati di una singola stazione.

Vista la più ridotta variabilità spaziale degli eventi estremi rispetto alla notevole variabilità temporale, sembra logico fare uso di curve regionali che, come dimostrato anche in recenti studi (Greis and Wood, 1981), porta alla riduzione di questa indeterminazione, avvalendosi di un maggior numero di osservazioni fornito dall'insieme dati-stazioni. Conseguentemente la stima delle grandezze idrologiche, a parità di condizioni idrologiche e geologiche, risulta maggiormente affidabile.

La regionalizzazione dell'informazione consente quindi di effettuare da un lato, stime sulla probabilità delle piogge massime in punti generici del bacino ove non ci siano misure, dall'altro di ottenere stime più accurate ed affidabili anche alle stazioni dove si hanno registrazioni storiche, in particolare quando le misure sono limitate a periodi brevi. Essa viene realizzata estendendo, all'interno di una regione supposta omogenea in riferimento allo specifico aspetto idrologico considerato, l'informazione raccolta in alcune "stazioni base" o di riferimento, situate all'interno di tale regione.

Gli eventi della precipitazione intensa trattati in questo ambito sono stati distinti, in base al tempo di pioggia, in eventi di 1, 3, 6, 12 e 24 ore; non si è ritenuto di estendere lo studio alle piogge di più giorni in quanto non di interesse ai fini della formazione degli eventi di piena per i corsi d'acqua del bacino del Reno.

La procedura utilizzata per la regionalizzazione delle precipitazioni estreme consiste nel definire un sistema di relazioni, valide per la regione in esame, che permettano di esprimere il legame tra l'altezza di pioggia di assegnata durata, in un qualsiasi punto della regione stessa, ed il grado di rischio ad essa associato. Brevemente l'analisi regionale delle precipitazioni estreme, per la regione supposta omogenea prevede:

- una indicazione sulla variabilità spaziale della pioggia, espressa da una mappatura sulla regione, dell'andamento dei valori medi delle precipitazioni estreme, per i diversi tempi di pioggia.
- la definizione sulla base dei dati disponibili di relazioni regionali, valide per i differenti intervalli del tempo di pioggia, che forniscono il legame pioggia adimensionalizzata-probabilità. Tali relazioni (curve di crescita), verificata sui dati la effettiva omogeneità idrologica della regione, risultano quindi valide su ogni punto del territorio considerato.

2.1. Dati utilizzati

La prima operazione svolta per l'analisi sulle precipitazioni estreme è stata quella riguardante la definizione dei dati storici da utilizzare. Poiché le leggi regionali devono essere necessariamente stimate sui dati registrati alle stazioni di misura, sono stati preliminarmente raccolti tutti i dati di precipitazione massima annuale, divisi nelle cinque classi di 1, 3, 6, 12 e 24 ore di durata degli eventi. In questo caso, le stazioni di base sono rappresentate da quelle pluviografiche nelle quali si disponga delle registrazioni delle piogge massime relative alle 5 suddette durate di pioggia, per almeno un numero minimo di anni che è stato fissato uguale a 10. Nella tabella 1 sono riportate le stazioni di pioggia utilizzate con i relativi codici e le altitudini sul livello del mare.

codice	stazione	altitudine (m.s.m.)
01	MARESCA	1043
02	PRACCHIA	627
03	DIGA DI PAVANA	480
04	PORRETTA TERME	349
05	LIZZANO IN BELVEDERE	640
06	TREPPIO	710
07	DIGA DI SUVIANA	500
08	VERGATO	195
09	MONTEPIANO	696
10	COTTEDE	850
11	DIGA DEL BRASIMONE	830
12	MONZUNO	620
13	CALDERARA DI RENO	30
14	BAGNO DI PIANO	24
15	MONTEOMBRARO	727
16	ANZOLA DELL'EMILIA	40
17	BOLOGNA (San Luca)	286
18	BOLOGNA (Oss. Sez. Idrog.)	51
19	BOLOGNA (Oss. Universita')	52
20	ARGELATO	25
21	MALALBERGO	12
22	GRANAROLO DELL'EMILIA	28
23	MADDALENA DI CAZZANO	22
24	BARICELLA	18
25	ALBERINO	10
26	SAIARINO	12
27	S. BENEDETTO DEL QUERCETO	340
28	MONGHIDORO	841
29	PIANCALDOLI	500
30	SASSOLEONE	430
31	SAN CLEMENTE	177
32	CASTEL SAN PIETRO	75
33	MONTECATONE	268
34	FIorentINA	11
35	SANT' ANTONIO	10
36	MEDICINA	25
37	FIRENZUOLA	422
38	FONTANELICE	165
39	IMOLA	47
40	BIBBIANA	658
41	CASOLA VALSENIO	195
42	RIOLO TERME	73
43	LUGO DI ROMAGNA	14
44	MARRADI	335
45	SAN CASSIANO	234
46	FAENZA	35

TABELLA 1 Stazioni di base

2.2. Metodologia

La tecnica utilizzata per la regionalizzazione delle precipitazioni massime consiste nell'individuare una relazione che descriva la variabilità sulla regione di una grandezza di riferimento per l'altezza massima di pioggia, e di una seconda relazione che descriva il legame tra la grandezza di riferimento e la probabilità associata.

Si è considerata come grandezza di riferimento o grandezza "indice" per un generico punto all'interno del territorio in esame e per un definito tempo di pioggia, il corrispondente valore medio dell'altezza massima annuale di precipitazione.

Come è noto tale valore medio indicato con H_M , può risultare correlato ad alcuni parametri che caratterizzano il generico punto della regione, ed il legame può essere espresso dalla relazione.

$$H_M = f(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n) \quad (1)$$

essendo p_i l'*i*-mo parametro caratteristico del punto considerato. Normalmente il parametro principale con cui è possibile ricercare un legame di correlazione è l'altitudine, secondariamente altri fattori quali l'esposizione del versante o la distanza dalla costa possono avere una influenza sulla entità delle piogge massime.

Questa relazione da individuare tramite regressioni sui dati noti alle stazioni di misura, da ripetersi separatamente per le diverse durate di precipitazione considerate, descrive quindi la dipendenza della grandezza in esame con la posizione generica all'interno del territorio.

Descritta in qualche forma questa dipendenza per le 5 durate di pioggia prese in esame, è possibile definire l'altezza di pioggia adimensionale come rapporto tra la precipitazione H_T di tempo di ritorno T generico e il valore medio della precipitazione intensa H_M

$$H_R = \frac{H_T}{H_M} \quad (2)$$

e ricercare per questa grandezza adimensionale il legame con il tempo di ritorno (o analogamente con la probabilità).

L'ipotesi di base del metodo, supposta la regione idrologicamente omogenea, è che la pioggia adimensionalizzata H_T , a meno quindi di una variabilità locale proporzionale al valore medio, abbia la stessa distribuzione di probabilità per tutti i punti della regione.

Per una data durata di pioggia si assume quindi come caratteristica per l'intera regione una unica relazione del tipo:

$$H_R = f(T) \quad (3)$$

A questo punto risulta evidente che per ottenere il valore di precipitazione per un certo tempo di ritorno T , in un qualunque punto della regione, e per una data durata di pioggia, è sufficiente ricavare il valor medio H_M corrispondente alla posizione ed alla durata di pioggia voluti e moltiplicarlo per il fattore di crescita H_R ottenibile dalla relazione regionale in funzione del tempo di ritorno assegnato.

$$H_T = H_M \cdot H_R \quad (4)$$

Questo schema metodologico si basa quindi sulla ipotesi che per una regione idrologicamente omogenea la legge di probabilità degli eventi estremi abbia andamento analogo per tutti i punti interni alla regione stessa, e che le differenze esistenti all'interno del territorio in esame siano descritte dalla variabilità sulla regione della grandezza indice.

2.2.1. La regionalizzazione del valor medio della precipitazione intensa

Questa relazione lega in termini statistici la portata indice con i parametri caratteristici del bacino imbrifero sotteso dalla sezione in esame.

$$H_m = f(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n) \quad (1)$$

Risulta tuttavia molto difficile che tali parametri possano esprimere correlazioni di carattere generale e quindi significative ai fini di una legge regionale.

Sovente nella applicazione pratica ai dati di precipitazione, le correlazioni con i suddetti parametri ricercate sui dati disponibili, non forniscono una dipendenza netta e diretta dai parametri, per cui l'applicazione di una relazione generale di questo tipo non è sempre ottenibile.

In questo caso una possibilità è quella di parzializzare la regione in "sottoaree", all'interno delle quali definire le relazioni di dipendenza dei valori medi di precipitazione intense con l'altitudine o con altri parametri. Questa via è percorribile se è possibile individuare un piccolo numero di sottoaree sufficientemente estese e con una chiara delimitazione, per cui le regressioni sui dati misurati siano soddisfacenti (coefficiente di determinazione non inferiore a valori dell'ordine di 0.9). Non sarebbe invece di alcun interesse una eventuale forte parzializzazione della regione che vanificherebbe gli obiettivi stessi della regionalizzazione.

Quando non sia possibile giungere alla formulazione di una legge matematica con un buon grado di significatività tra le grandezze citate è preferibile fornire una descrizione del valore medio della precipitazione intensa tramite la realizzazione di una mappa, che ne riporti l'andamento sul territorio. Il metodo adottato in questo studi per l'interpolazione della grandezza sulla zona studiata è una combinazione di interpolazione Laplaciana e mediante "splines".

Generalmente se la variabilità della grandezza ha una qualche relazione con la posizione sul territorio, i valori della deviazione standard stimate con le procedure di interpolazione risultano inferiori a quelli ottenibili con le regressioni sopra citate.

2.2.2. La regionalizzazione delle curve di crescita

Questa relazione lega la probabilità dell'evento estremo al fattore di crescita rappresentato dalla pioggia massima adimensionale.

Assunta quindi come variabile aleatoria il valore massimo annuale adimensionale di precipitazione, l'idea di base per la regionalizzazione su un'area pluviometricamente omogenea, è che tutti i valori provenienti da registrazioni in diverse stazioni, possano essere ritenuti indipendenti e come tali considerati come appartenenti ad un unico campione.

In questo modo si può direttamente stimare su un campione di dati con elevata numerosità, la legge di distribuzione di probabilità per l'intera regione.

Detta infatti n_i la dimensione campionaria della i -esima stazione ed N in numero di stazioni, la dimensione n^* del campione ottenuto risulta:

$$n^* = \sum_{i=1}^N n_i$$

La validità di questo metodo, proposto in forme simili per le precipitazioni in altri studi ed altre regioni, come già accennato è legata all'ipotesi fatta che la variabile aleatoria scelta sia analogamente distribuita in tutti i punti della regione, e che gli eventi storici registrati nelle diverse stazioni di misura non siano tra loro dipendenti.

In questa analisi si è assunto che l'altezza di pioggia adimensionale (fattore di crescita), per un fissato tempo di durata dell'evento, possa essere distribuita secondo la

legge G.E.V. (Generalized Extreme Values) a tre parametri, distribuzione che risulta essere estremamente generale e flessibile, e per la cui descrizione si rimanda all'appendice A.

Il metodo di stima dei parametri, tramite gli L-moments è descritto in appendice B.

Il calcolo del valore atteso della variabile x e la valutazione della varianza di stima sono riportati in appendice C.

La fascia di confidenza considerata nelle rappresentazioni, ottenuta sulla base della varianza di stima dei parametri, è stata assunta con ampiezza $\pm 2\sigma_x$ rispetto al valore atteso della variabile (essendo σ_x la deviazione standard).

2.3 Risultati

Come accennato, le piogge intense suddivise in base al tempo di durata degli eventi vengono solitamente registrate per 1, 3, 6, 12 e 24 ore. In questo studio le diverse durate sono state analizzate separatamente ma con metodologia del tutto analoga, ed hanno portato alla definizione di una serie di relazioni valide ciascuna per piogge della corrispondente durata.

La prima elaborazione sui campioni costituiti dalle 46 stazioni base ha permesso di ottenere alcuni parametri statistici, quali il numero di anni raccolti, il valore medio, la varianza ed il coefficiente di variazione, che sono riportati in tabella 2.

01 MARESCA					
ore	1	3	6	12	24
num.	44	44	44	44	44
med.	30.1136	49.8591	71.4773	97.8227	131.6273
var.	114.7654	212.0829	573.4515	878.9641	1688.7430
sqm	10.7129	14.5631	23.9468	29.6473	41.0943
c.v.	.3557	.2921	.3350	.3031	.3122
02 PRACCHIA					
ore	1	3	6	12	24
num.	56	56	56	56	56
med.	31.2357	50.5429	71.1143	96.8071	132.6393
var.	103.6540	190.7909	491.0020	680.6617	1091.5520
sqm	10.1811	13.8127	22.1586	26.0895	33.0386
c.v.	.3259	.2733	.3116	.2695	.2491
03 DIGA DI PAVANA					
ore	1	3	6	12	24
num.	27	27	27	27	27
med.	27.5704	42.3630	57.9185	78.1556	102.7481
var.	162.4791	230.5940	228.3085	517.1610	1118.7090
sqm	12.7467	15.1853	15.1099	22.7412	33.4471
c.v.	.4623	.3585	.2609	.2910	.3255
04 PORRETTA TERME					
ore	1	3	6	12	24
num.	50	50	50	50	50
med.	25.6440	34.1960	44.9440	60.6840	81.9600
var.	81.3246	103.3428	106.6090	232.3169	621.6931
sqm	9.0180	10.1658	10.3252	15.2419	24.9338
c.v.	.3517	.2973	.2297	.2512	.3042
05 LIZZANO IN BELVEDERE					
ore	1	3	6	12	24
num.	40	40	40	40	40
med.	24.8400	37.6825	52.9475	74.1400	100.3200
var.	127.0794	196.9348	250.2528	435.9491	943.8519
sqm	11.2729	14.0333	15.8194	20.8794	30.7222
c.v.	.4538	.3724	.2988	.2816	.3062
06 TREPPIO					
ore	1	3	6	12	24
num.	41	41	41	41	41
med.	26.3756	42.4195	61.1610	85.5122	111.8195
var.	114.7904	196.5736	543.4764	939.5921	1678.6040
sqm	10.7140	14.0205	23.3126	30.6528	40.9708
c.v.	.4062	.3305	.3812	.3585	.3664

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

07 DIGA DI SUVIANA					
ore	1	3	6	12	24
num.	26	26	26	26	26
med.	26.4462	36.2000	48.3615	66.0615	87.9000
var.	178.2954	197.5488	201.6385	399.5641	937.6072
sqm	13.3527	14.0552	14.1999	19.9891	30.6204
c.v.	.5049	.3883	.2936	.3026	.3484
08 VERGATO					
ore	1	3	6	12	24
num.	53	53	53	53	53
med.	23.8358	31.2245	38.8208	50.8623	64.8000
var.	108.2766	136.8757	195.7028	279.3170	469.4065
sqm	10.4056	11.6994	13.9894	16.7128	21.6658
c.v.	.4366	.3747	.3604	.3286	.3343
09 MONTEPIANO					
ore	1	3	6	12	24
num.	26	26	26	26	26
med.	28.5615	42.8154	55.3308	74.2308	95.2538
var.	144.7969	269.8301	596.8030	914.5750	1285.0800
sqm	12.0332	16.4265	24.4296	30.2419	35.8480
c.v.	.4213	.3837	.4415	.4074	.3763
10 COTTEDE					
ore	1	3	6	12	24
num.	32	32	32	32	32
med.	25.6187	39.8750	52.8187	71.4750	95.1500
var.	88.3803	168.8974	395.3506	519.4962	998.5961
sqm	9.4011	12.9961	19.8834	22.7925	31.6006
c.v.	.3670	.3259	.3764	.3189	.3321
11 DIGA DEL BRASIMONE					
ore	1	3	6	12	24
num.	56	56	56	56	56
med.	27.6571	40.6000	55.8036	74.6107	99.7679
var.	87.1079	105.8211	185.4727	397.3010	879.1808
sqm	9.3332	10.2869	13.6188	19.9324	29.6510
c.v.	.3375	.2534	.2440	.2672	.2972
12 MONZUNO					
ore	1	3	6	12	24
num.	36	36	36	36	36
med.	25.8694	33.6389	43.0944	56.2833	71.8667
var.	131.4685	148.2944	214.2685	280.1083	453.4743
sqm	11.4660	12.1776	14.6379	16.7364	21.2949
c.v.	.4432	.3620	.3397	.2974	.2963

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

13 CALDERARA DI RENO					
ore	1	3	6	12	24
num.	35	35	35	35	35
med.	19.5714	24.5143	30.2686	40.4229	52.6743
var.	64.8074	66.2266	86.3716	151.7783	266.7343
sqm	8.0503	8.1380	9.2936	12.3198	16.3320
c.v.	.4113	.3320	.3070	.3048	.3101
14 BAGNO DI PIANO					
ore	1	3	6	12	24
num.	34	34	34	34	34
med.	23.1118	27.6118	31.3647	38.6235	50.3059
var.	107.1083	153.9829	171.5939	160.8673	258.1509
sqm	10.3493	12.4090	13.0994	12.6833	16.0671
c.v.	.4478	.4494	.4176	.3284	.3194
15 MONTEOMBRARO					
ore	1	3	6	12	24
num.	47	47	47	47	47
med.	26.5362	36.2894	46.9447	61.7915	81.7809
var.	93.7254	156.0327	216.1247	519.8921	1019.4320
sqm	9.6812	12.4913	14.7012	22.8011	31.9285
c.v.	.3648	.3442	.3132	.3690	.3904
16 ANZOLA DELL'EMILIA					
ore	1	3	6	12	24
num.	37	37	37	37	37
med.	24.7351	32.2216	39.3027	50.8865	64.0405
var.	120.3540	147.0928	194.2169	351.1679	485.5094
sqm	10.9706	12.1282	13.9362	18.7395	22.0343
c.v.	.4435	.3764	.3546	.3683	.3441
17 BOLOGNA(San Luca)					
ore	1	3	6	12	24
num.	35	35	35	35	35
med.	23.3029	30.3714	39.2971	52.3714	67.7143
var.	89.9303	108.5486	151.1985	259.5909	521.1019
sqm	9.4832	10.4187	12.2963	16.1118	22.8277
c.v.	.4070	.3430	.3129	.3076	.3371
18 BOLOGNA (Oss. Sez. Idrog.)					
ore	1	3	6	12	24
num.	51	51	51	51	51
med.	24.6275	32.1569	38.9843	49.9765	64.5686
var.	114.4816	185.0085	201.5278	216.7770	361.3334
sqm	10.6996	13.6018	14.1960	14.7234	19.0088
c.v.	.4345	.4230	.3641	.2946	.2944

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

19 BOLOGNA(Oss. Universita')					
ore	1	3	6	12	24
num.	32	32	32	32	32
med.	26.1437	33.9625	40.5438	48.4906	59.0281
var.	171.7896	211.1037	334.5090	327.6809	574.2344
sqm	13.1069	14.5294	18.2896	18.1020	23.9632
c.v.	.5013	.4278	.4511	.3733	.4060
20 ARGELATO					
ore	1	3	6	12	24
num.	20	20	20	20	20
med.	22.7550	28.9950	33.7150	42.3000	54.7000
var.	67.6005	198.9563	214.9403	179.7326	173.9347
sqm	8.2220	14.1052	14.6608	13.4064	13.1884
c.v.	.3613	.4865	.4348	.3169	.2411
21 MALALBERGO					
ore	1	3	6	12	24
num.	50	50	50	50	50
med.	23.2160	28.4400	34.9560	43.5800	53.6560
var.	54.1091	112.8245	194.3564	263.3294	359.0482
sqm	7.3559	10.6219	13.9412	16.2274	18.9486
c.v.	.3168	.3735	.3988	.3724	.3531
22 GRANAROLO DELL'EMILIA					
ore	1	3	6	12	24
num.	24	24	24	24	24
med.	19.5000	26.5250	32.0750	42.6917	55.1500
var.	28.5496	50.6846	75.0220	129.3564	243.8930
sqm	5.3432	7.1193	8.6615	11.3735	15.6171
c.v.	.2740	.2684	.2700	.2664	.2832
23 MADDALENA DI CAZZANO					
ore	1	3	6	12	24
num.	18	18	18	18	18
med.	20.2333	27.3667	32.0556	41.1333	53.0000
var.	59.8365	93.3471	97.5708	141.3553	213.2376
sqm	7.7354	9.6616	9.8778	11.8893	14.6027
c.v.	.3823	.3530	.3081	.2890	.2755
24 BARICELLA					
ore	1	3	6	12	24
num.	27	27	27	27	27
med.	26.1556	30.5630	34.2963	42.1926	50.6370
var.	84.3579	104.0955	132.4165	150.6076	211.2278
sqm	9.1847	10.2027	11.5072	12.2722	14.5337
c.v.	.3512	.3338	.3355	.2909	.2870

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

25 ALBERINO					
ore	1	3	6	12	24
num.	39	39	39	39	39
med.	20.0359	27.2410	33.1077	40.3641	51.2256
var.	46.2503	115.1351	162.2481	188.8713	253.7625
sqm	6.8008	10.7301	12.7377	13.7430	15.9299
c.v.	.3394	.3939	.3847	.3405	.3110
26 SAIARINO					
ore	1	3	6	12	24
med.	23.9704	31.1037	38.3111	50.8519	64.2889
var.	87.2576	140.2073	274.4779	404.5434	1046.2690
sqm	9.3412	11.8409	16.5674	20.1133	32.3461
c.v.	.3897	.3807	.4324	.3955	.5031
27 SAN BENEDETTO DEL QUERCETO					
ore	1	3	6	12	24
num.	30	30	30	30	30
med.	22.1133	29.1867	40.0467	52.9067	70.4200
var.	98.9922	109.2522	128.1729	206.5344	455.6865
sqm	9.9495	10.4524	11.3213	14.3713	21.3468
c.v.	.4499	.3581	.2827	.2716	.3031
28 MONGHIDORO					
ore	1	3	6	12	24
num.	38	38	38	38	38
med.	25.6263	34.7000	46.0579	61.5842	81.6000
var.	125.6047	232.6222	240.9533	304.2170	522.5254
sqm	11.2073	15.2520	15.5227	17.4418	22.8588
c.v.	.4373	.4395	.3370	.2832	.2801
29 PIANCALDOLI					
ore	1	3	6	12	24
num.	33	33	33	33	33
med.	21.6545	31.4121	41.7455	58.7576	77.4424
var.	49.0957	100.4548	224.9007	314.1994	542.0544
sqm	7.0068	10.0227	14.9967	17.7257	23.2821
c.v.	.3236	.3191	.3592	.3017	.3006
30 SASSOLEONE					
ore	1	3	6	12	24
num.	13	13	13	13	13
med.	21.2615	31.6308	40.2462	52.8154	71.3692
var.	64.9959	133.0123	231.7144	317.2564	449.6256
sqm	8.0620	11.5331	15.2222	17.8117	21.2044
c.v.	.3792	.3646	.3782	.3372	.2971

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

31 SAN CLEMENTE					
ore	1	3	6	12	24
num.	23	23	23	23	23
med.	25.9478	34.8609	42.9043	56.4783	72.9739
var.	95.9608	200.4634	298.3123	612.3809	714.4229
sqm	9.7960	14.1585	17.2717	24.7463	26.7287
c.v.	.3775	.4061	.4026	.4382	.3663
32 CASTEL SAN PIETRO					
ore	1	3	6	12	24
num.	35	35	35	35	35
med.	21.2971	28.1257	35.5829	47.2743	62.0114
var.	52.0103	66.3814	101.3609	274.6684	428.0022
sqm	7.2118	8.1475	10.0678	16.5731	20.6882
c.v.	.3386	.2897	.2829	.3506	.3336
33 MONTECATONE					
ore	1	3	6	12	24
num.	21	21	21	21	21
med.	24.9810	33.4476	40.9619	48.3048	67.3429
var.	77.2796	93.3636	165.2945	150.4305	426.6006
sqm	8.7909	9.6625	12.8567	12.2650	20.6543
c.v.	.3519	.2889	.3139	.2539	.3067
34 FIORENTINA					
ore	1	3	6	12	24
num.	44	44	44	44	44
med.	23.5409	30.9500	36.6136	44.6159	54.5591
var.	97.6662	209.5816	227.6938	335.7674	520.2001
sqm	9.8826	14.4769	15.0895	18.3240	22.8079
c.v.	.4198	.4678	.4121	.4107	.4180
35 SANT' ANTONIO					
ore	1	3	6	12	24
num.	38	38	38	38	38
med.	23.3368	30.8421	36.5737	43.5368	52.3105
var.	63.1721	91.6544	175.9701	233.1635	334.3864
sqm	7.9481	9.5736	13.2654	15.2697	18.2862
c.v.	.3406	.3104	.3627	.3507	.3496
36 MEDICINA					
ore	1	3	6	12	24
num.	34	34	34	34	34
med.	26.0353	31.7059	36.0471	44.6000	55.3000
var.	137.8993	176.9000	149.7504	204.2594	313.7533
sqm	11.7431	13.3004	12.2373	14.2919	17.7131
c.v.	.4510	.4195	.3395	.3204	.3203

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

37 FIRENZUOLA					
ore	1	3	6	12	24
num.	50	50	50	50	50
med.	25.7680	39.0680	50.7360	66.2400	86.1940
var.	58.1932	160.2594	302.3415	525.7437	638.1339
sqm	7.6284	12.6594	17.3880	22.9291	25.2613
c.v.	.2960	.3240	.3427	.3462	.2931
38 FONTANELICE					
ore	1	3	6	12	24
num.	41	41	41	41	41
med.	23.7317	32.7707	43.4244	58.1463	75.4098
var.	79.0127	160.6951	263.5784	321.5601	410.5999
sqm	8.8889	12.6766	16.2351	17.9321	20.2633
c.v.	.3746	.3868	.3739	.3084	.2687
39 IMOLA					
ore	1	3	6	12	24
num.	52	52	52	52	52
med.	26.2692	34.8423	42.3115	54.2962	67.1923
var.	85.2092	166.1229	201.1975	411.3513	569.9246
sqm	9.2309	12.8889	14.1844	20.2818	23.8731
c.v.	.3514	.3699	.3352	.3735	.3553
40 BIBBIANA					
ore	1	3	6	12	24
num.	12	12	12	12	12
med.	25.9500	34.9500	43.4833	61.4833	84.9667
var.	85.3755	95.5282	139.5597	485.4142	1387.2500
sqm	9.2399	9.7739	11.8135	22.0321	37.2458
c.v.	.3561	.2797	.2717	.3583	.4384
41 CASOLA VALSENIO					
ore	1	3	6	12	24
num.	23	23	23	23	23
med.	23.1130	30.3913	38.3913	53.8696	69.5652
var.	79.2248	149.5399	150.4890	279.9404	462.4460
sqm	8.9008	12.2287	12.2674	16.7314	21.5046
c.v.	.3851	.4024	.3195	.3106	.3091
42 RIOLO TERME					
ore	1	3	6	12	24
num.	45	45	45	45	45
med.	24.1600	32.7600	41.2978	53.5244	67.9867
var.	61.3102	121.9884	201.1448	387.3278	493.6171
sqm	7.8301	11.0448	14.1826	19.6806	22.2175
c.v.	.3241	.3371	.3434	.3677	.3268

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base (segue)

43 LUGO DI ROMAGNA					
ore	1	3	6	12	24
num.	13	13	13	13	13
med.	33.3538	38.9538	44.1231	56.5538	70.0308
var.	161.9810	164.6477	239.5969	279.2544	391.9323
sqm	12.7272	12.8315	15.4789	16.7109	19.7973
c.v.	.3816	.3294	.3508	.2955	.2827
44 MARRADI					
ore	1	3	6	12	24
num.	44	44	44	44	44
med.	25.8318	36.9545	46.4614	58.5591	73.8114
var.	119.5511	236.8500	349.6382	428.6090	516.7673
sqm	10.9339	15.3899	18.6986	20.7029	22.7325
c.v.	.4233	.4165	.4025	.3535	.3080
45 SAN CASSIANO					
ore	1	3	6	12	24
num.	57	57	57	57	57
med.	23.9930	33.6035	43.5228	58.4333	76.8842
var.	89.4642	124.9893	197.2225	338.4353	706.3971
sqm	9.4586	11.1799	14.0436	18.3966	26.5781
c.v.	.3942	.3327	.3227	.3148	.3457
46 FAENZA					
ore	1	3	6	12	24
num.	19	19	19	19	19
med.	29.9053	39.7895	46.3474	59.6526	71.3053
var.	254.9750	353.0332	551.4082	567.0571	519.1394
sqm	15.9679	18.7892	23.4821	23.8130	22.7846
c.v.	.5340	.4722	.5067	.3992	.3195

Tabella 2 Parametri statistici sui campioni delle precipitazioni massime alle stazioni di base

A seguito di quanto descritto nella metodologia a proposito della regionalizzazione delle precipitazioni estreme, al fine di evidenziare eventuali legami con qualche parametro caratteristico della posizione propria delle stazioni di misura, sono stati esaminati gli andamenti dei valori medi e la loro distribuzione sul territorio. Tale analisi preliminare ha mostrato, come era ragionevole attendersi, una maggiore intensità degli eventi in corrispondenza delle zone di crinale Appenninico, dove cioè le quote sono più elevate, particolarmente per le piogge di durata più elevata.

Questo fenomeno è stato quindi analizzato quantitativamente tramite regressioni lineari sui dati. Nelle figure dalla 1 alla 5 si mostrano gli andamenti delle regressioni effettuate tra i valori medi dei massimali annuali di pioggia, per la durata di 1, 3, 6, 12 e 24 ore con l'altitudine delle relative stazioni di misura.

Relazione tra massimi di pioggia e altitudine - Durata 1 ora

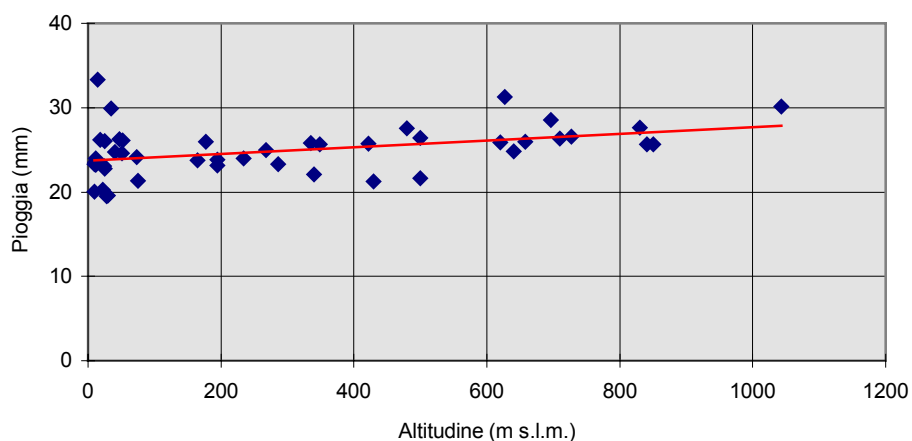


Figura 1

Relazione tra massimi di pioggia e altitudine - Durata 3 ore

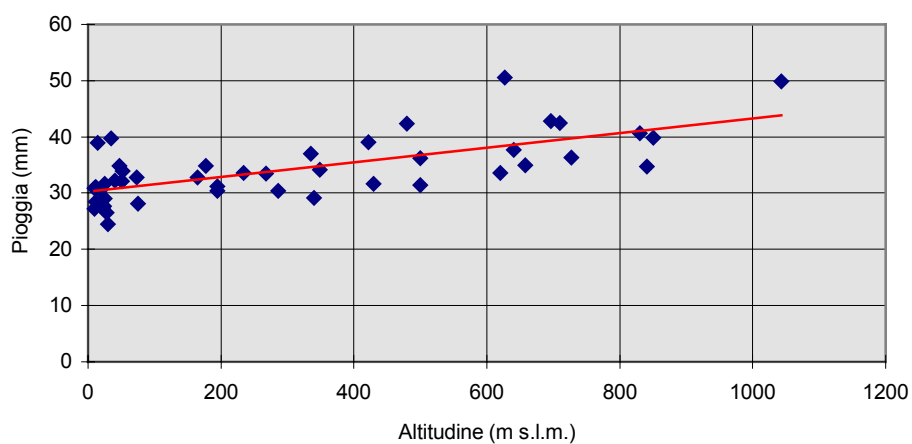


Figura 2

Relazione tra massimi di pioggia e altitudine - Durata 6 ore

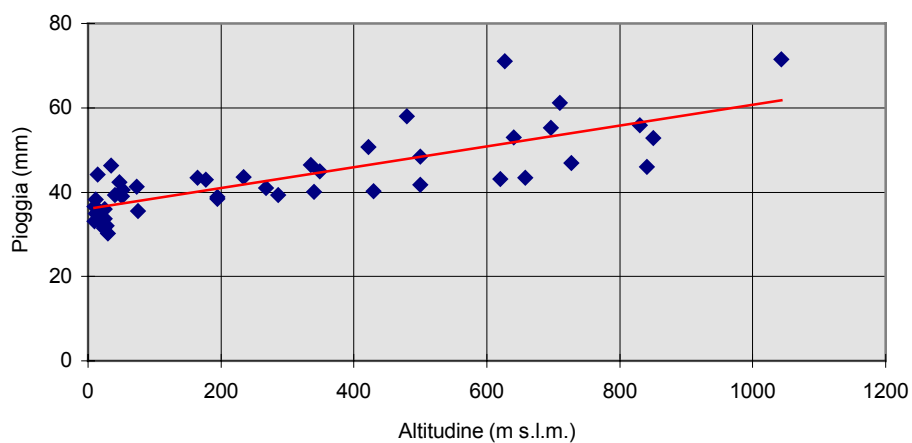


Figura 3

Relazione tra massimi di pioggia e altitudine - Durata 12 ore

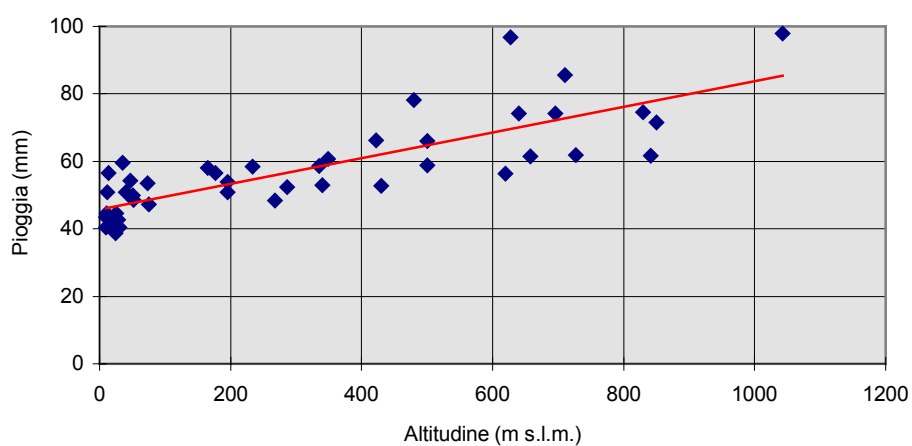


Figura 4

Relazione tra massimi di pioggia e altitudine - Durata 24 ore

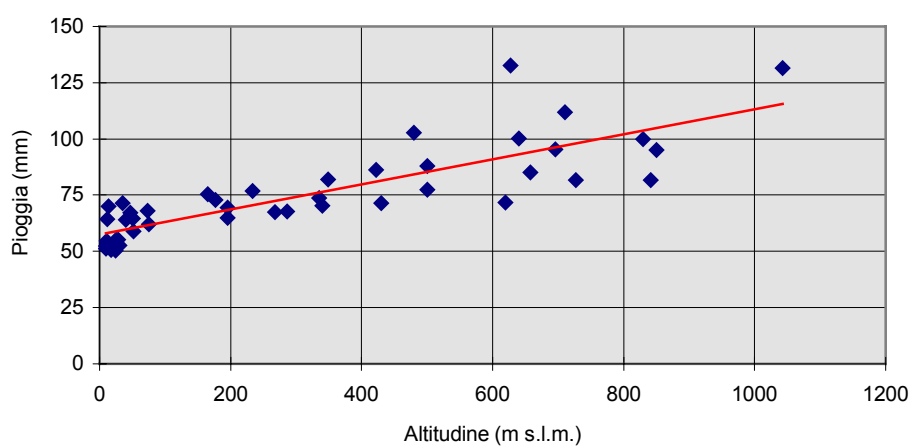


Figura 5

Per la durata di pioggia di 24 ore appare abbastanza evidente una dipendenza della precipitazione intensa dalla altitudine, tuttavia l'entità dei residui risulta piuttosto elevata ed il coefficiente di correlazione piuttosto basso, così da non consentire la definizione di una vera e propria legge regionale.

Comunque, anche per gli eventi di minore durata, la dipendenza con l'altitudine e la correlazione tra le variabili stesse diviene sempre meno marcata fino a divenire quasi nulla per le piogge di 1 ora.

Da queste osservazioni si può concludere che una legge regionale, basata sulla sola dipendenza con l'altitudine, risulterebbe quindi di scarsa significatività.

Purtroppo, analogamente a quanto avviene per molte altre regioni, anche per il bacino del Reno la dipendenza da altri parametri risulta di difficile definizione. Infatti l'effetto combinato, oltre all'altitudine, di fattori quali esposizione dei versanti, eventuale posizione geografica rispetto alla costa o altri, richiederebbe relazioni più complesse e un elevato numero di parametri da stimare e non può quindi essere presa in considerazione su un insieme di stazioni il cui numero è limitato a 46 unità.

Anche la via della suddivisione in sottoregioni non è parsa percorribile, non essendo stato possibile individuare delle zone sufficientemente estese il cui comportamento potesse risultare più uniforme di quanto non sia per l'intera regione studiata. Si è notato infatti che, pur essendovi una variabilità dei valori in dipendenza della posizione geografica, non è stato possibile evidenziare dei possibili confini con i quali suddividere la regione.

Si è preferito pertanto seguire una via che non esprime una precisa formulazione della legge regionale di dipendenza della precipitazione intensa, ma fornisce piuttosto un andamento quantitativamente definito della variabile analizzata, tramite la realizzazione di carte dell'intensità della pioggia massima.

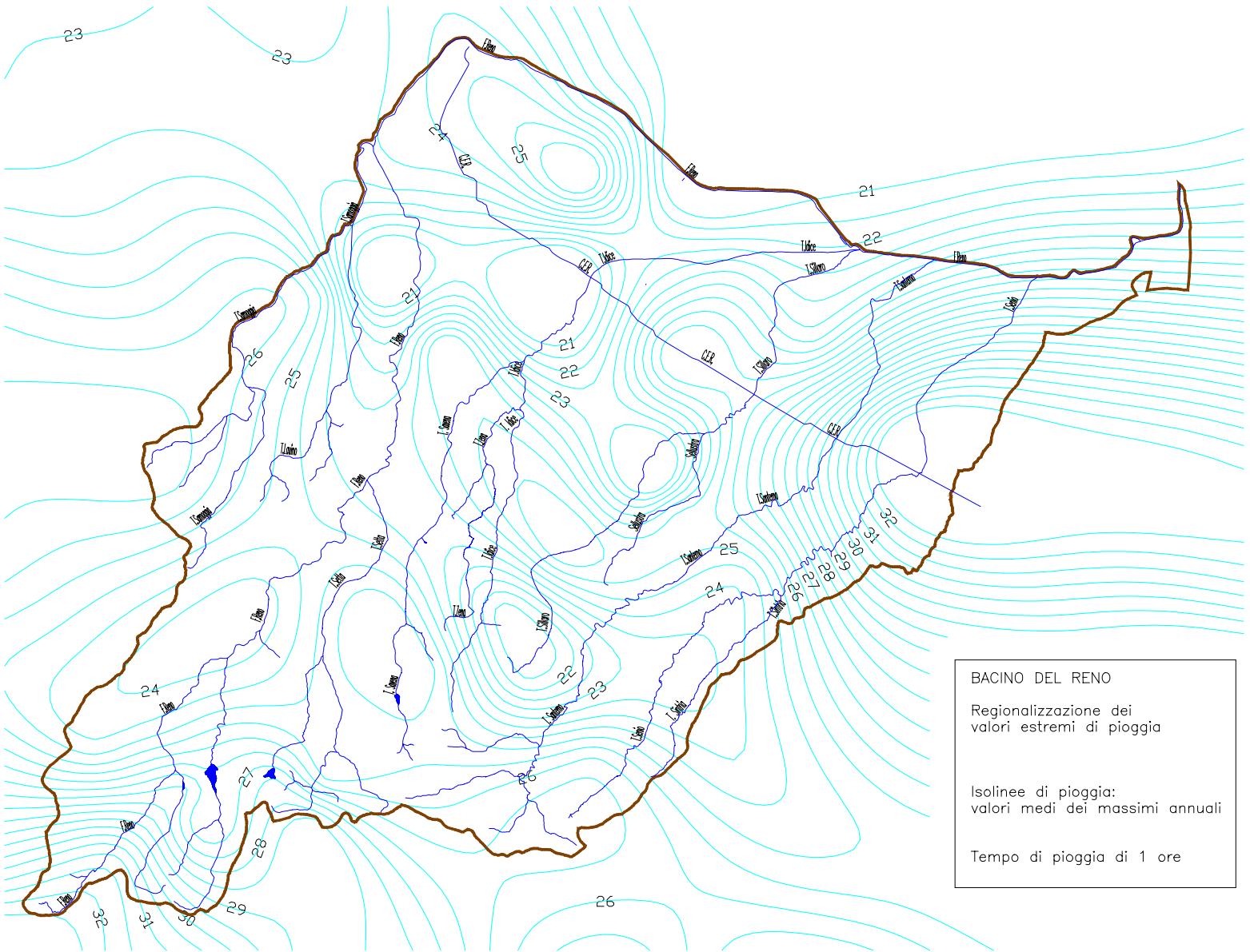
L'applicazione di procedure di interpolazione dei dati (Kriging, Laplaciano, Splines), all'interno della regione corrispondente al bacino del Reno, ha mostrato una sostanziale omogeneità dei risultati nell'andamento delle isolinee ottenute.

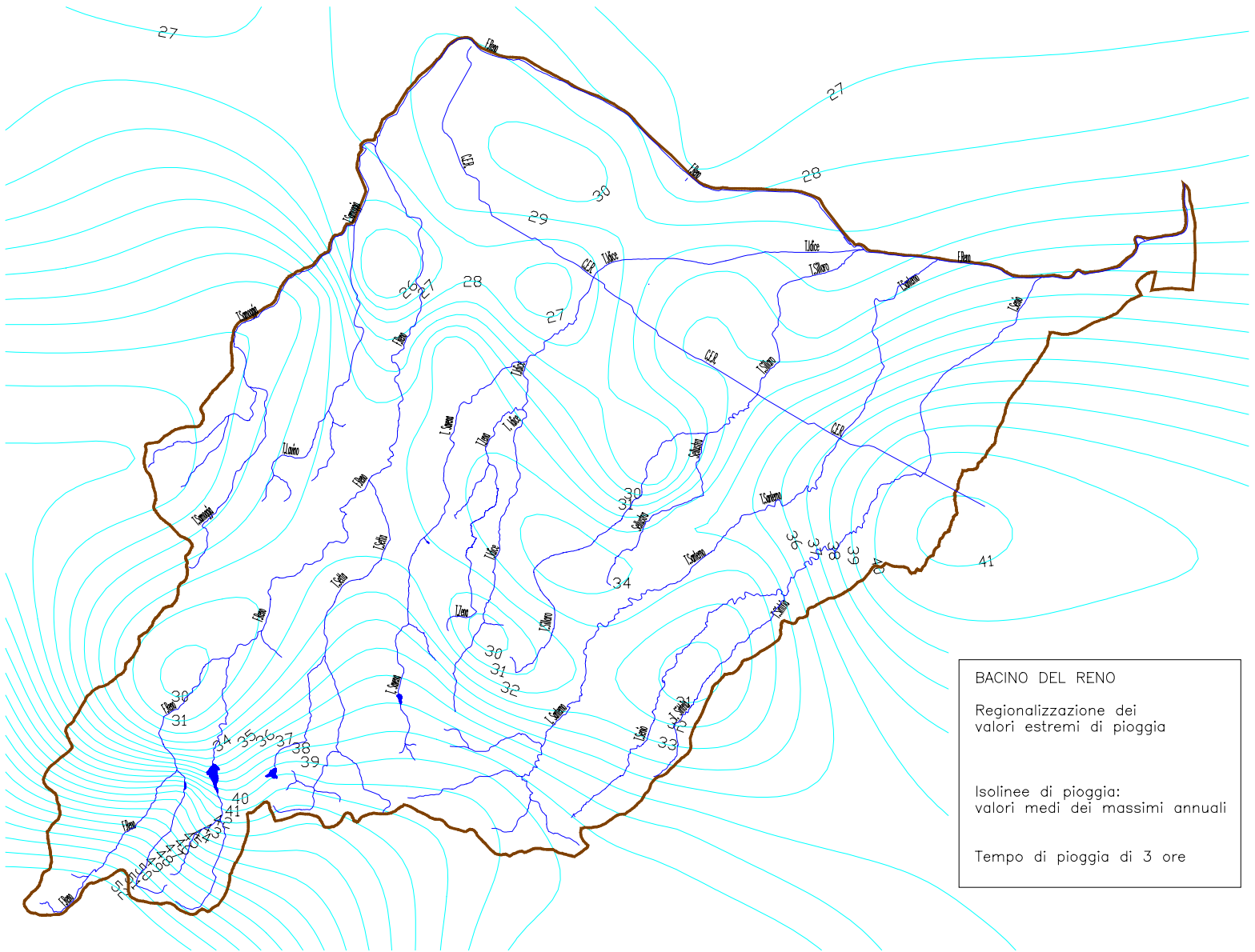
Nelle figure dalla 6 alla 10 si riportano le carte dei valori medi delle precipitazioni intense per le durate di 1, 3, 6, 12 e 24 ore ottenute con il metodo di interpolazione misto "Laplaciano-Spline".

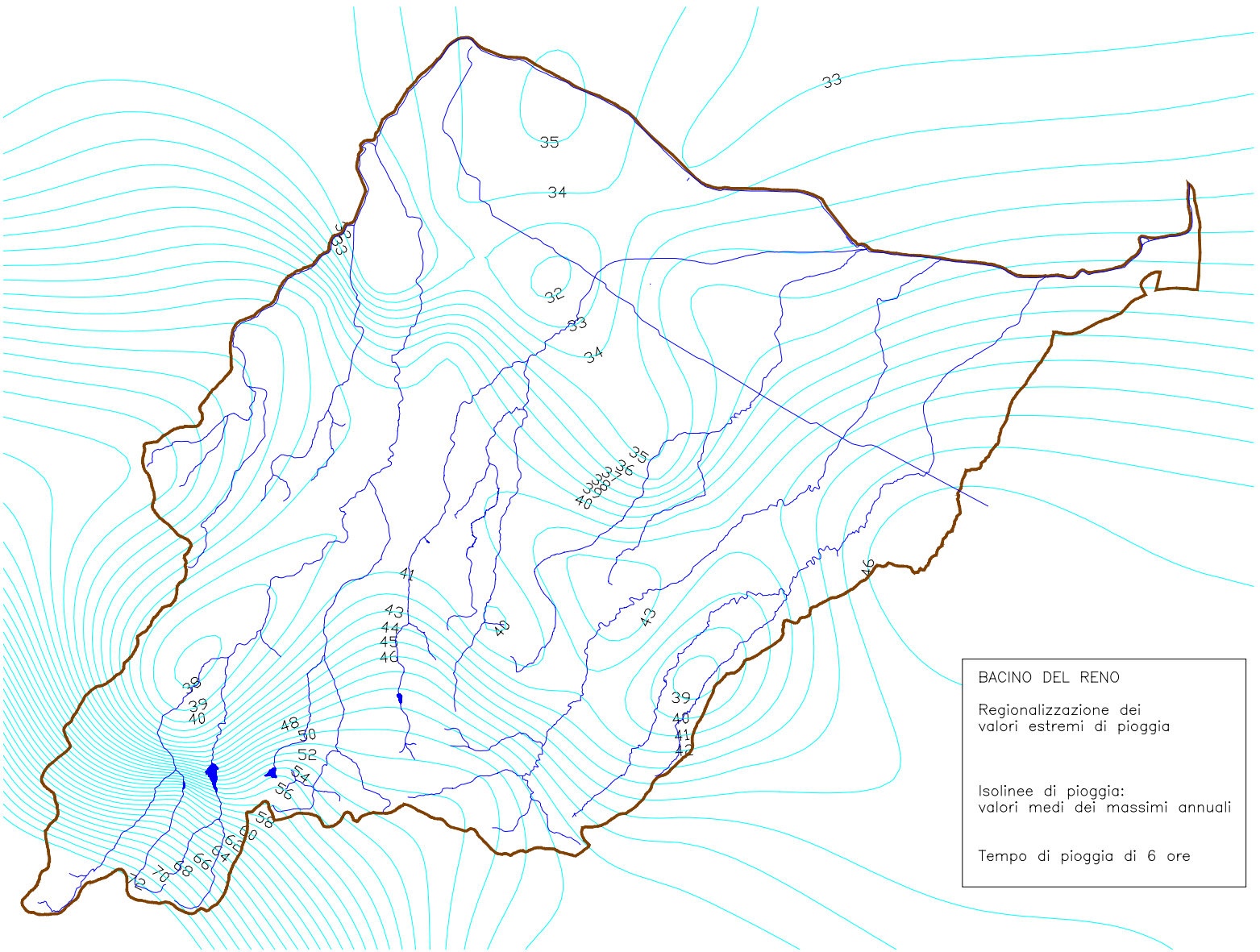
In tali carte sono tracciate, sovrapposte al riferimento cartografico, le curve di eguale valore della precipitazione intensa, con indicazione del valore numerico corrispondente.

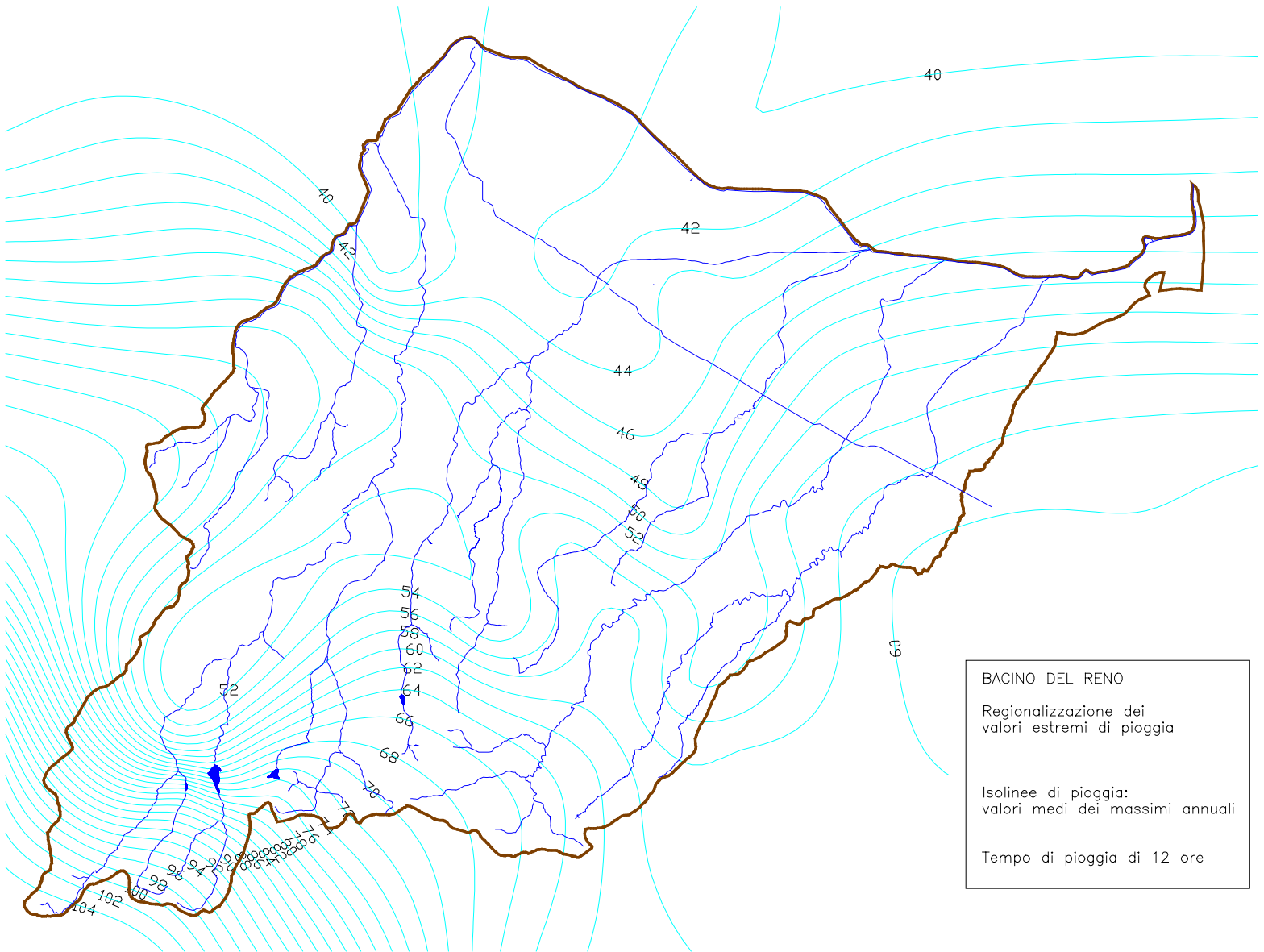
Queste carte forniscono quindi, per ogni punto interno al bacino, una stima del valore medio della pioggia massima annuale che si può verificare.

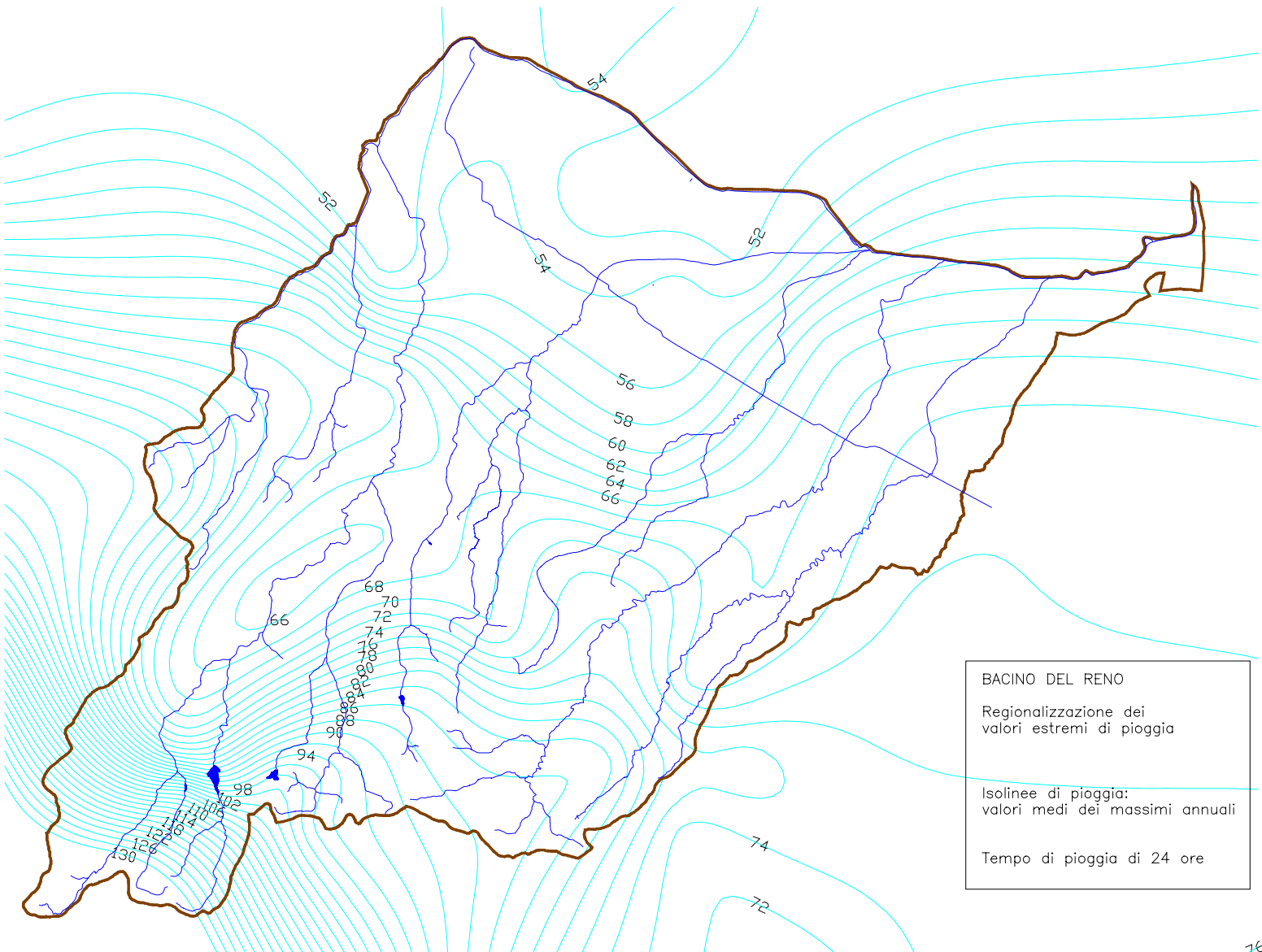
Terminata l'analisi degli andamenti delle precipitazioni estreme, secondo la metodologia adottata, si passa ad esaminare l'altro aspetto della regionalizzazione che, come già più volte ripetuto, riguarda la definizione della legge regionale di probabilità degli eventi estremi.











Come si può vedere in Tabella 2, i campioni di dati costituiti dai massimi alle singole stazioni di misura, hanno dimensione piuttosto ridotta e raggiungono il valore più elevato con 57 osservazioni per la stazione di S. Cassiano. Risulta quindi evidente l'utilità di un procedimento che consenta di elevare la dimensione dei campioni su cui stimare le leggi di distribuzione regionale.

Secondo la metodologia esposta, si è proceduto alla adimensionalizzazione dei dati, dividendo ogni valore per il valore medio della stazione alla corrispondente durata ottenendo per ognuna di esse un unico campione, con un numero di dati pari a 1628 osservazioni.

Quindi a questo punto sono state stimate le distribuzioni di probabilità estreme con diverse leggi a 2 e a 3 parametri. Le prime stime effettuate sulla legge di Gumbel (a 2 parametri) hanno mostrato una corrispondenza non ottimale sugli eventi con minore probabilità (valori della funzione di Probabilità di 0.9, 0.99, 0.999). Si è quindi proceduto all'applicazione di un'altra legge a due parametri, la distribuzione Gexp (Esponenziale Generalizzata), che però non ha fornito un buon adattamento ai dati, mostrando anzi una peggiore rispondenza della Gumbel.

Si è passati così alla legge a tre parametri G.E.V., più flessibile delle precedenti all'andamento dei dati, che risulta infatti particolarmente indicata quando l'interesse della distribuzione riguarda principalmente la coda della distribuzione stessa, in corrispondenza cioè degli eventi meno probabili. La stima dei parametri è stata effettuata con il metodo degli L-moments (vedi Appendice B).

Nelle figure dalla 11 alla 15 sono rappresentate sul piano di Gumbel le distribuzioni regionali ottenute, unitamente ai dati utilizzati per la stima per la durata di pioggia di 1, 3, 6, 12 e 24 ore.

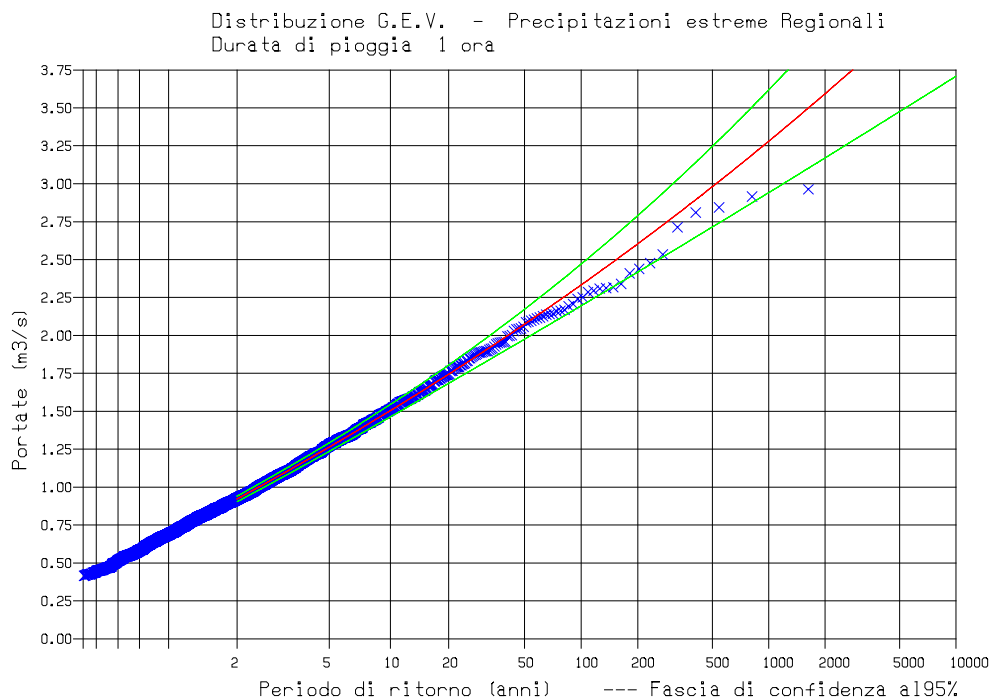


Figura 11

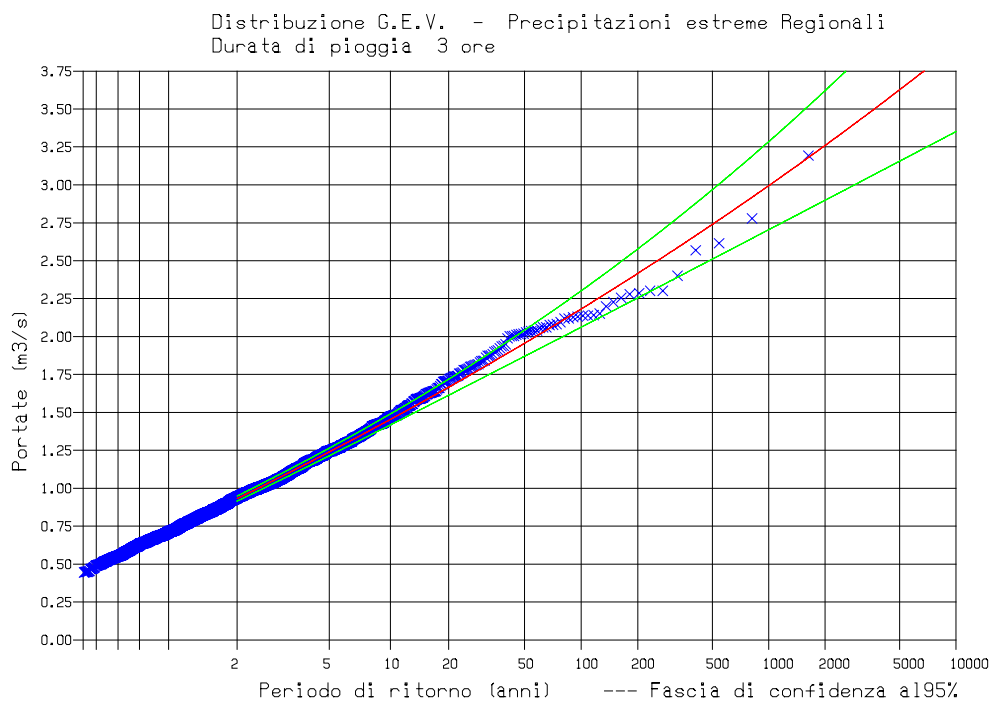


Figura 12

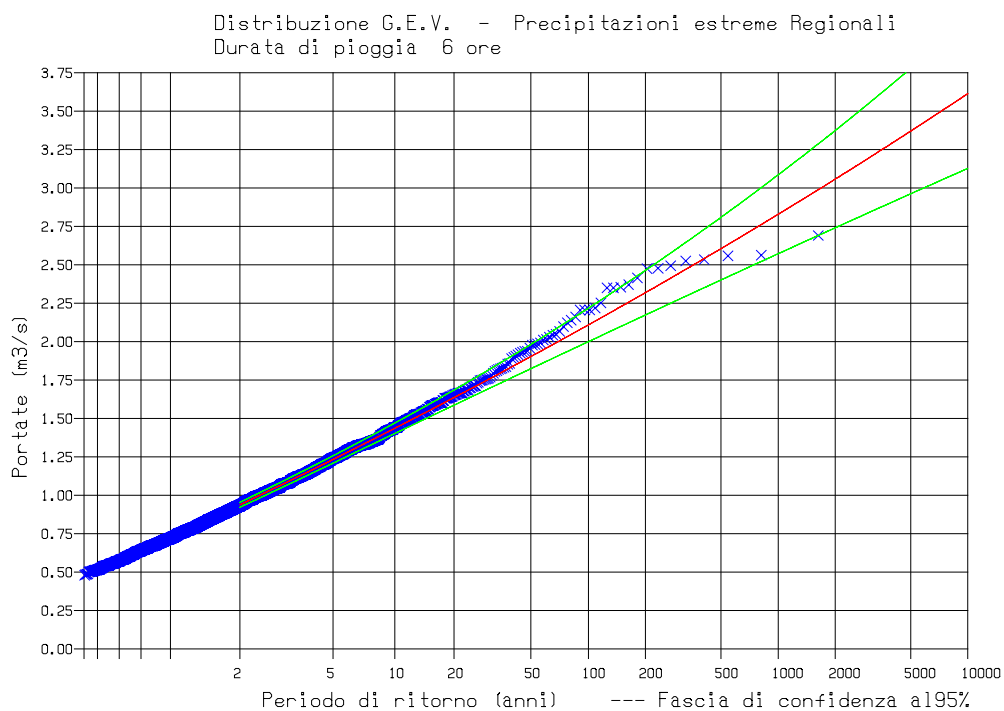


Figura 13

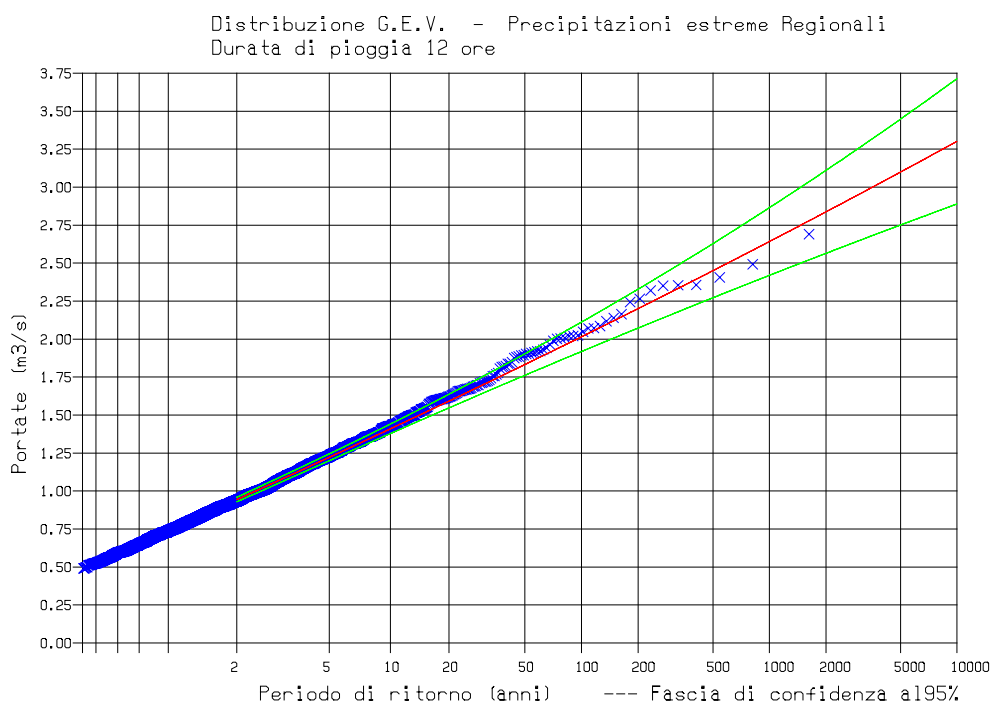


Figura 14

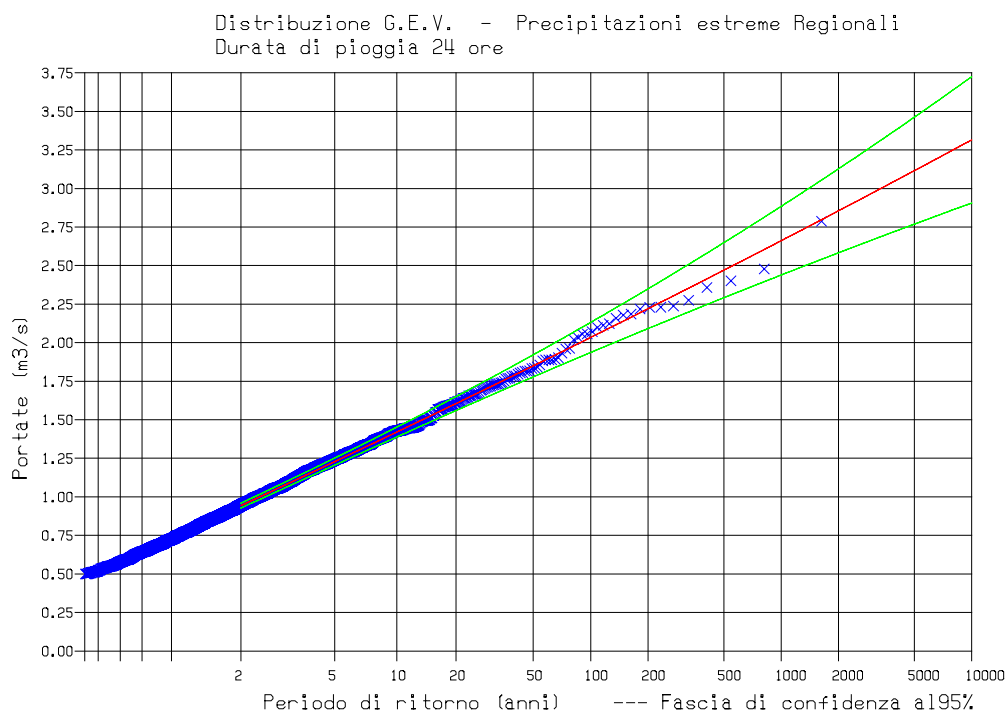


Figura 15

Come si può notare dalle rappresentazioni grafiche, quasi tutti i punti corrispondenti alle misure rientrano nella fascia di confidenza, a dimostrare la sostanziale omogeneità pluviometrica della regione e la buona rappresentatività delle distribuzioni stimate.

Si noti inoltre come le curve ottenute per la durata di 12 e 24 ore siano pressoché coincidenti, evidenziando che la durata degli scrosci più intensi di pioggia non supera le 12 ore.

Le suddette curve, rappresentate nelle Figure 11-15 ed i cui parametri sono raccolti in Tabella 3, costituiscono le leggi regionali di legame tra le precipitazioni intense e la probabilità associata.

tempo di pioggia (ore)	csi	alfa	kappa	n
1	.81707951	.28384063	-.06299329	1628
3	.83618975	.25800580	-.05308994	1628
6	.84466839	.25247284	-.03584074	1628
12	.85609421	.24009874	-.02049732	1628
24	.85260729	.24762026	-.01547224	1628

Tabella 3 Parametri regionali delle distribuzioni di probabilità delle precipitazioni adimensionali

Il fattore di crescita adimensionale per fissata probabilità o tempo di ritorno e durata di pioggia si ottiene direttamente dai grafici delle Figure 11 - 15 oppure procedendo come indicato in appendice D, per i valori dei parametri riportati nella Tabella 3.

I risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli ottenuti su un territorio più ampio, dal Reno al Tronto nel Rapporto Regionale Emilia-Romagna e Marche - Valutazione delle Piogge estreme (Franchini, Galeati, 1994), in cui le distribuzioni per i valori estremi adottate sono di tipo TCEV (Two Component Extreme Value).

In tale studio il territorio del bacino del Reno risulta diviso in 2 sottoregioni: una detta "Ovest" che comprende la fascia montana fino al crinale appenninico dal Reno al Tronto, l'altra detta "Est" e comprende la zona di pianura e litorale, sempre tra Reno e Tronto. Il confronto ha mostrato una sostanziale concordanza tra i risultati della presente analisi con quelli ottenuti nel suddetto studio per la zona Ovest (zona montana).

Differenze maggiori, in particolare per le piogge di breve durata, si riscontrano invece con i risultati validi per la zona Est che comprende il territorio di pianura del bacino del Reno. Il motivo di tali differenze è che le leggi su tale zona risultano essere rappresentative soprattutto dei regimi pluviometrici della fascia più propriamente

litoranea della regione, e solo marginalmente riguardano la parte di territorio appartenente al bacino del Reno.

In Tabella 4 si mostrano a confronto alcuni valori dei fattori di crescita ottenuti nei due studi.

Studio Attuale					
tempo di pioggia	.9	.95	.99	.999	.9999
1 ora	1.50	1.75	2.30	3.25	4.50
3 ore	1.48	1.70	2.20	3.00	3.90
6 ore	1.45	1.65	2.12	2.85	3.60
12 ore	1.42	1.62	2.05	2.65	3.30
24 ore	1.42	1.62	2.05	2.65	3.30

C.N.R. - ENEL CRIS (Maggio 94) Rapporto Regionale Emilia Romagna e Marche VALUTAZIONE DELLE PIOGGE ESTREME					
Zona Ovest					
tempo di pioggia	.9	.95	.99	.999	.9999
1-3 ore	1.48	1.73	2.25	3.05	3.75
6-24 ore	1.42	1.65	2.10	2.75	3.40
Zona Est					
tempo di pioggia	.9	.95	.99	.999	.9999
1-24 ore	1.50	1.75	2.50	3.70	4.85

Tabella 4. Valori massimi di pioggia - rapporto tra valore a prefissata probabilità' e valore medio Confronto tra il presente studio Settembre 94 e quello C.N.R. - ENEL CRIS Maggio 94

2.4. Conclusioni

L'analisi regionale delle precipitazioni di 1, 3, 6, 12 e 24 ore ha portato alla definizione di 5 corrispondenti carte del bacino del Reno (Figure 6 - 10) che riportano l'andamento del valore medio della pioggia massima annuale e di 5 leggi di probabilità, per le 5 durate di pioggia, che definiscono il fattore di crescita adimensionale per un assegnato valore della probabilità (Figure 11 - 15).

L'altezza di pioggia in un qualsiasi punto interno alla regione e per assegnata probabilità e durata di pioggia si ottiene quindi dal prodotto dei due termini valore medio dell'altezza massima e fattore di crescita, valutabili dalle carte e dalle curve di crescita regionali per la posizione specifica del punto ed i valori caratteristici di probabilità e tempo di pioggia. Per ottenere in forma analitica i valori espressi dalle curve di crescita regionali si veda l'Appendice D con i valori dei parametri di tabella 3.

3. STUDIO DEI FATTORI DI RIDUZIONE AREALE DELLE PIOGGE ESTREME

In questo capitolo, come già accennato, verrà descritto il lavoro svolto per definire le relazioni che esprimono la riduzione dell'intensità delle piogge estreme su un'area, al crescere della dimensione dell'area stessa. Tale studio è basato sulla analisi statistica di dati storici misurati e più in particolare sui rapporti tra piogge intense puntuali alle stazioni di misura del comprensorio corrispondente al bacino del Reno, ed i corrispondenti valori delle piogge medie areali.

3.1 Dati Utilizzati

I dati presi in esame sono costituiti dalle serie storiche delle piogge, campionate a passo orario, relative a 47 stazioni di misura appartenenti al territorio del bacino del Reno ed estratte dalle registrazioni dei pluviografi e dei telepluviometri del Servizio Idrografico per un periodo continuo di 6 anni, dal 1990 al 1995.

Vista la mancanza di numerosi dati all'interno delle suddette serie, per lo studio delle piogge ragguagliate si sono utilizzati anche dati ricostruiti. Sono infatti stati utilizzati sia i dati storici misurati e campionati, nel seguito detti "serie misurate", sia i dati completati da valori ricostruiti, nel seguito detti "serie ricostruite". La ricostruzione dei dati è stata realizzata mediante un filtro di Kalman sulle serie temporali misurate, e si basa sulla correlazione spazio-temporale dei valori della precipitazione alle stazioni di misura. Secondo la metodologia sotto riportata, è parso necessario l'uso di alcuni dati ricostruiti, per non dovere eliminare una congrua percentuale dei dati stessi, limitando lo studio a pochi eventi, a causa anche solo di piccole incompletezze nelle serie misurate. Le stazioni utilizzate per lo studio sono elencate nella seguente tabella 5 e la loro posizione geografica, indicata da codici corrispondenti a quelli della stessa tabella, è mostrata nella successiva figura 16.

numero d'ordine	Stazione	Ascissa UTM Est	Ordinata UTM Nord
1	Piastre	647167.16	4873966.58
2	Maresca	648349.51	4880605.25
3	Pracchia	652902.46	4880209.11
4	Orsigna	651208.32	4882092.66
5	Montepidocchina	655708.09	4880185.82
6	Diga di Pavana	660282.81	4887175.01
7	Porretta Terme	657965.46	4890986.67
8	Monteacuto Delle Alpi	651498.52	4888978.53
9	Lizzano in Belvedere	651430.98	4891910.94
10	Bombiana	657732.82	4897671.77
11	Acquerino	661853.44	4874709.99
12	Treppio	662769.65	4882768.06
13	Diga di Suviana	663165.49	4889101.94
14	Riola di Vergato	664218.11	4899498.09
15	Vergato	668366.01	4905716.62
16	Cottede	673806.48	4886284.38
17	Diga del Brasimone	669520.91	4888495.69
18	Monteacuto Vallese	677196.60	4900736.35
19	Monzuno	681177.50	4905325.06
20	Sasso Marconi	678752.16	4918353.40
21	Monteombraro	660022.96	4915788.33
22	Montepastore	669373.73	4914890.61
23	Monte San Pietro	669961.31	4922931.38
24	Bologna San Luca	683081.40	4928223.12
25	Bologna Oss. Serv. Idrografico	686477.06	4929431.41
26	San Benedetto del Querceto	689780.06	4903100.79
27	Monghidoro	685242.75	4898824.38
28	Pianoro	686515.73	4916403.05
29	Prugnolo	698581.68	4916636.91
30	San Clemente	698059.84	4910439.28
31	Montecatone	709635.88	4913891.56
32	Traversa	682922.33	4886531.30
33	Firenzuola	690309.37	4887852.35
34	Barco	691863.69	4881227.25
35	Pietramala	690412.67	4892858.00
36	Fontanelice	704300.64	4903837.78
37	Biabbiana	700854.40	4889533.22
38	Casola Valsenio	709676.84	4900149.30
39	Riolo Terme	717211.70	4906110.34
40	Budrio Olmo	702844.54	4934124.90
41	Correcchio	715335.56	4923963.01
42	Loiano	685712.39	4905663.37
43	Madonna	691791.87	4956525.64
44	Massarolo	707683.55	4933288.35
45	Molinetto	714239.50	4923615.47
46	Monte Ceresa	688648.08	4913251.45
47	Travallino	703933.39	4948525.42

Tabella 5 Stazioni di pioggia utilizzate nello studio con la relativa posizione geografica

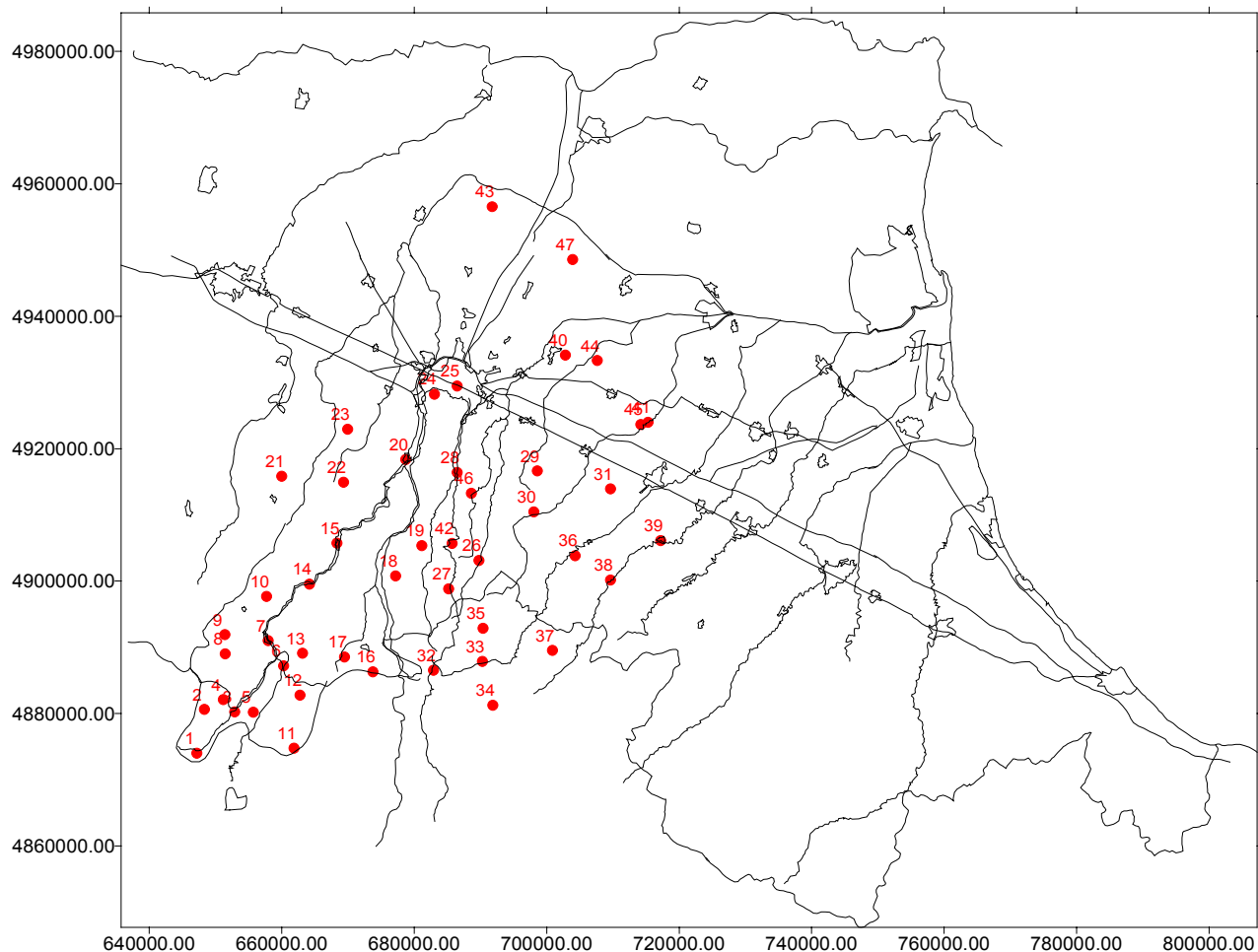


Figura 16 Mappa del comprensorio con evidenziate le stazioni di pioggia utilizzate nello studio

Come si nota dalla figura le stazioni appaiono spazialmente distribuite in modo abbastanza omogeneo sul territorio ed in particolare risultano più fitte dove i gradienti pluviometrici sono maggiori.

3.2 Metodologia

La metodologia seguita risulta semplice nella sua impostazione teorica in quanto si prefigge di calcolare direttamente gli andamenti medi dei rapporti tra precipitazioni intense puntuali e dei corrispondenti valori stimati per aree di diversa estensione, centrate sulla posizione della stazione stessa.

Si è supposto di stimare la pioggia areale media su un'area tramite la definizione di aree di influenza delle singole stazioni. Tale ipotesi, di uso abituale per i ragguagli areali su dati puntuali, risulta legittima visto che la distanza media tra le stazioni si aggira approssimativamente intorno ai 10 km, risultando quindi abbastanza contenuta in relazione alle probabili dimensioni delle aree interessate dai fenomeni meteorici di rilievo.

In prima analisi si sono pertanto individuate geograficamente le aree di influenza di ogni stazione, sulla base del criterio della minima distanza; si è così ottenuta una mappatura di tali aree, utilizzata in seguito per tutti i ragguagli areali delle precipitazioni. Per tale operazione si è utilizzata una rappresentazione di tipo raster delle aree di influenza, con celle quadrate di 1 km di lato.

Si sono definiti inoltre 7 durate di pioggia, tra 1 a 24 ore (1, 3, 6, 9, 12, 18, 24) alle quali riferire gli eventi da esaminare.

precipitazioni puntuali

Per ognuna delle durate di pioggia si sono quindi analizzate le serie storiche orarie dei dati non ricostruiti con finestre temporali pari alle suddette durate, individuando così tutti i massimi eventi superiori ad un valore prefissato e tra loro distanziati di un periodo almeno pari alla finestra temporale stessa.

L'insieme degli eventi ottenuti, suddivisi nelle varie durate di pioggia, è stato considerato come l'insieme di riferimento delle piogge puntuali.

precipitazioni medie areali

Al fine di considerare eventuali traslazioni delle zone di massima precipitazione durante i fenomeni di pioggia, si è ritenuto opportuno ricercare la massima precipitazione areale in un intorno temporale dell'evento corrispondente al massimo valore puntuale registrato alla stazione di misura.

Per ogni evento si è pertanto considerata come pioggia ragguagliata, il massimo valore ottenuto su una finestra temporale mobile, sfasata di un intervallo di tempo comunque inferiore alla ampiezza della finestra stessa.

Per quanto attiene il ragguaglio areale, ad ogni singola stazione si è costruita un'area circolare, centrata sulla stazione stessa. Su tale area si è valutata la pioggia ragguagliata, come valore medio pesato in base alle predefinite aree di influenza, sui corrispondenti valori di precipitazione dalle serie storiche ricostruite.

Le aree sono state valutate con incrementi del raggio di 1 km, (vista la schematizzazione raster con celle di 1 km della mappa delle aree di influenza) nell'intervallo tra 1 e 25 km. Ovviamente per le posizioni corrispondenti alle stazioni meno centrali del comprensorio considerato, i raggi e di conseguenza le aree di ragguaglio, si sono limitati ai massimi valori per i quali tali aree fossero interamente contenute nel comprensorio stesso. Sono comunque stati scartati gli eventi per i quali i valori ricostruiti influissero sull'area di ragguaglio con peso superiore al 10 %.

La scelta di utilizzare con questo limite le serie ricostruite è stata fatta come compromesso tra due opposte esigenze. Da un lato quella di non dover escludere dalla elaborazione un elevato numero di eventi per la sola mancanza di qualche dato; cosa che avrebbe ridotto il campione di eventi a ben pochi valori, soprattutto per le aree più grandi; Dall'altro lato quella di non dare un peso consistente a valori ricostruiti con

metodi statistici basati proprio sulla correlazione spazio-temporale, visto lo scopo del presente studio.

fattori di riduzione media areale

Dai valori delle piogge puntuali per tutti gli eventi ottenuti, e dai corrispondenti valori areali, si sono calcolati i rapporti di riduzione areale.

Mantenendo le suddivisioni per durata di pioggia e area di ragguaglio, si sono mediati i rapporti calcolati sui diversi eventi, sia nel tempo, sia per le diverse posizioni delle stazioni di misura puntuale e corrispondenti posizioni delle aree. Sui valori sperimentali così ottenuti per i rapporti medi di riduzione areale, si è ricercata una espressione analitica per una rappresentazione regolare e nel continuo del fattore di riduzione areale.

Si sono prese in considerazione diverse formulazioni proposte per la valutazione del suddetto fattore, stimando gli opportuni parametri tramite regressioni non lineari ai minimi quadrati.

Inizialmente si sono esaminate curve di tipo monomio, separatamente per ogni durata di pioggia, che esprimono il fattore di riduzione in funzione dell'area del tipo:

$$ARF_d(A) = c_1 A^{c_2}$$

indicando:

ARF	=	fattore di riduzione areale
A	=	valore dell'area in km ²
d	=	durata di pioggia in ore
c_1, c_n	=	parametri stimabili per regressione

Successivamente si sono analizzate formulazioni del fattore di riduzione areale, funzione direttamente delle due variabili: area e durata di pioggia. Con analogia simbologia le formulazioni sono le seguenti:

- Formula proposta da United States Weather Bureau (USWB)

$$ARF(A, d) = 1 - [1 - \exp(c_1 A)] \exp(c_2 d^{c_3})$$

- Formula proposta da Moisello-Papiri

$$ARF(A, d) = 1 - \exp\left\{c_1 A^{c_2} d^{c_3 - \exp(c_4 A^{c_5})}\right\}$$

- Formula proposta da Columbo

$$ARF(A, d) = (1 - c_1 A^{c_2}) d^{c_3 A^{c_4}}$$

3.3 Risultati

La suddivisione delle aree di influenza utilizzata nello studio, e realizzata con la costruzione dei poligoni di Thiessen sulla posizione delle stazioni è mostrata in figura 17, come per la figura 16 i codici numerici indicati fanno riferimento alla tabella 5, e sono posizionati ; le scale di distanze indicate nella cornice rappresentano i riferimenti geografici in coordinate UTM.

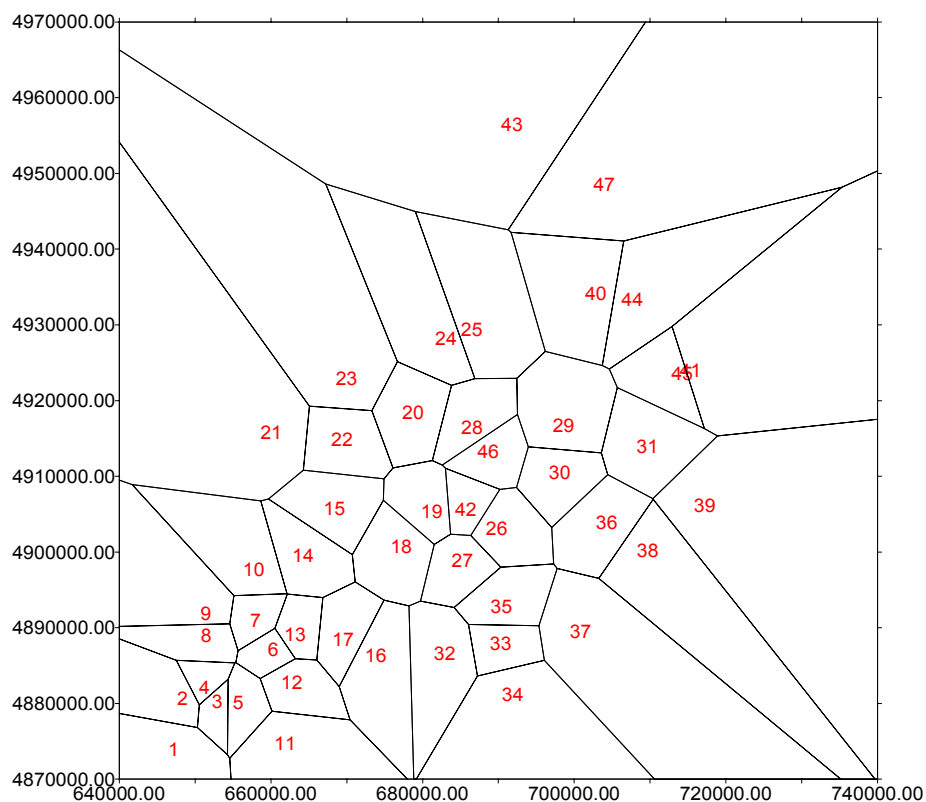


Fig. 17 - mappa delle aree di influenza delle stazioni di pioggia

Gli eventi di pioggia presi in considerazione secondo la suddetta metodologia, considerati per ogni durata di pioggia e per le diverse aree di ragguaglio sono riportati nella seguente tabella 6. In essa si riporta anche il numero di stazioni per ogni area, per cui è stato possibile effettuare il ragguaglio areale e valutare quindi il corrispondente rapporto di riduzione.

Gli eventi sono quelli (estratti dalle serie misurate) con precipitazione puntuale superiore ad un prefissato valore, variabile con la durata, e per i quali la precipitazione areale (estratta dalle serie ricostruite) sia valutata con una copertura di almeno il 90% dell'area, ottenuta da dati effettivamente misurati.

Il numero di stazioni, e quindi di posizioni su cui sono mediati i rapporti, diminuisce per aree più estese in quanto dipende dalla possibilità di sovrapposizione delle aree circolari centrate sulle stazioni stesse, con i limiti del comprensorio del bacino su cui è possibile ottenere la precipitazione areale.

Nella successiva tabella 7 si riportano i rapporti medi di riduzione areale, sempre suddivisi per durate di pioggia e are di ragguaglio, come ottenuti dalle serie storiche sul bacino del Reno

area (km2)	numero stazioni	numero eventi						
		1 ora	3 ore	6 ore	9 ore	12 ore	18 ore	24 ore
1	47	157	183	171	165	152	139	125
9	47	157	183	171	165	152	139	125
21	47	155	182	169	164	151	138	125
37	47	151	177	166	160	148	135	122
69	46	145	171	160	155	143	131	118
97	44	138	164	154	149	138	127	114
137	44	134	161	151	146	135	124	112
177	44	135	160	150	145	134	123	111
225	43	131	157	148	144	133	122	110
293	43	129	155	146	142	131	120	109
349	43	131	157	147	143	132	121	110
421	38	117	146	138	135	125	115	104
489	37	113	142	135	132	122	112	102
665	34	114	145	137	135	125	115	104
749	33	116	146	138	136	126	116	105
973	28	112	141	133	132	122	112	101
1201	25	106	135	127	126	117	107	97
1597	20	104	132	124	123	113	104	95
1885	17	104	132	125	124	113	105	95

Tabella 6 - numero di eventi e numero di stazioni utilizzate come punto centrale per la valutazione del rapporto di riduzione areale; le combinazioni eventi-stazioni sono state selezionate in base ad un valore di soglia sui valori di precipitazione puntuale e ad una copertura dell'area superiore al 90% per la precipitazione areale

area (km ²)	rapporti sperimentali medi di riduzione areale						
	1 ora	3 ore	6 ore	9 ore	12 ore	18 ore	24 ore
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	.991	.995	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	.970	.981	.990	.997	1.000	1.000	1.000
37	.941	.962	.978	.987	.990	.997	.999
69	.885	.925	.953	.968	.973	.985	.988
97	.837	.893	.931	.949	.955	.968	.972
137	.785	.857	.906	.929	.939	.954	.960
177	.745	.831	.888	.915	.927	.945	.950
225	.707	.805	.869	.900	.913	.932	.940
293	.668	.777	.849	.883	.900	.921	.928
349	.644	.760	.837	.874	.891	.915	.922
421	.624	.751	.833	.871	.891	.917	.926
489	.605	.739	.823	.865	.886	.913	.924
665	.565	.711	.801	.847	.869	.898	.913
749	.549	.697	.793	.838	.858	.889	.906
973	.522	.672	.773	.822	.844	.875	.890
1201	.502	.658	.762	.813	.836	.868	.887
1597	.463	.624	.736	.790	.813	.848	.869
1885	.441	.605	.725	.782	.806	.835	.858

Tabella 7 - valori medi dei rapporti sperimentali di riduzione areale ottenuti sul bacino del Reno sugli eventi più significativi degli anni 1990 - 1995

Si riportano di seguito le formulazioni delle curve che esprimono il fattore medio di riduzione areale, con i relativi parametri stimati per regressione sui dati relativi al bacino del Reno:

Per quanto riguarda la simbologia, come già in precedenza si intende:

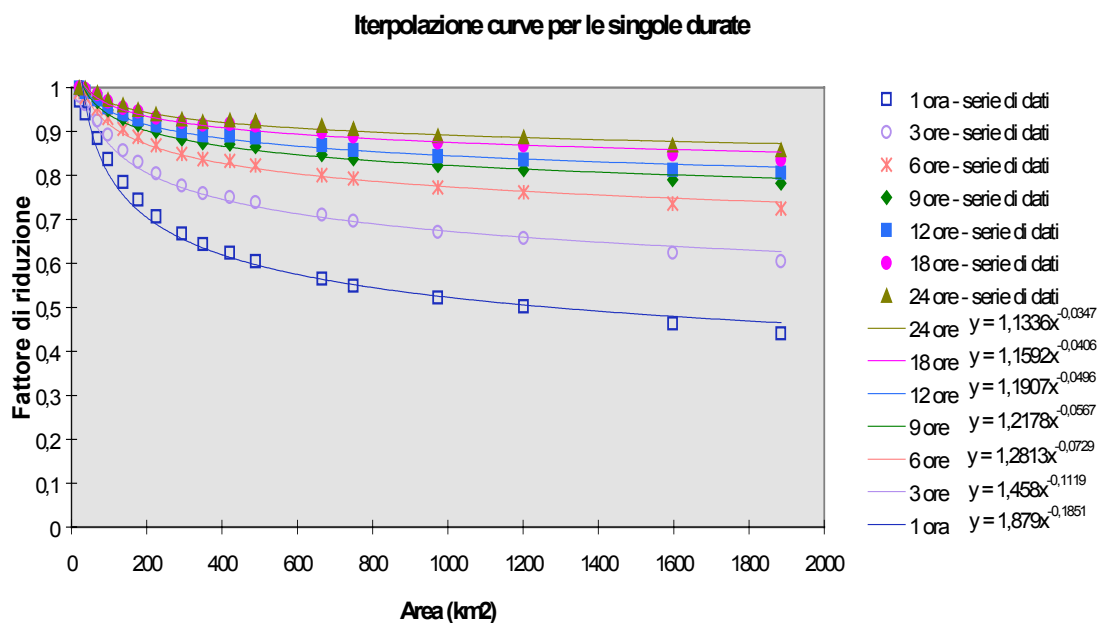
ARF = fattore di riduzione areale
 A = valore dell'area in km²
 d = durata di pioggia in ore
 c_1, c_n = parametri stimabili per regressione

Nelle relative figure si mostrano inoltre le rappresentazioni grafiche dei risultati ottenuti in cui i simboli puntuali rappresentano i valori sperimentali del rapporto medio di riduzione areale alle diverse durate di pioggia, mentre le curve in tratto continuo

esprimono i valori delle suddette espressioni, sempre per le corrispondenti durate della pioggia. Curve di tipo monomio, stimate indipendentemente per ognuna delle 7 durate di pioggia, che esprimono il fattore di riduzione in funzione dell'area:

$$ARF_d(A) = c_1 A^{c_2}$$

i parametri di stima c_1 e c_2 per le 7 curve stimate per le durate di pioggia di 1, 3, 6, 9, 12, 18, 24 ore sono riportati nella figura 18 unitamente alla loro rappresentazione grafica:



Le formule per il calcolo del fattore di smorzamento areale sono valide per $x > 38$. Per valori inferiori si assume il valore 1

Fig. 18 - Valori sperimentali e curve del fattore di riduzione areale per diverse durate di pioggia nel comprensorio del bacino del Reno.

- Formula proposta da United States Weather Bureau (USWB) ricalibrata

$$ARF(A, d) = 1 - [1 - \exp(c_1 A)] \exp(c_2 d^{c_3})$$

$$c_1 = -0.00312031$$

$$c_2 = -0.66008817$$

$$c_3 = 0.39795303$$

La suddetta formula ricalibrata sui dati del Reno fornisce andamenti sostanzialmente soddisfacenti; tende tuttavia a sovrastimare il fattore di riduzione, rispetto ai dati sperimentali su cui si è stimata, al crescere delle aree oltre i 1000 Km² e per le durate superiori alle 12 ore.

La forma stessa della formula infatti tende a fornire valori praticamente asintotici all'aumento dell'area oltre il suddetto valore. La rappresentazione grafica è mostrata nella seguente figura 19.

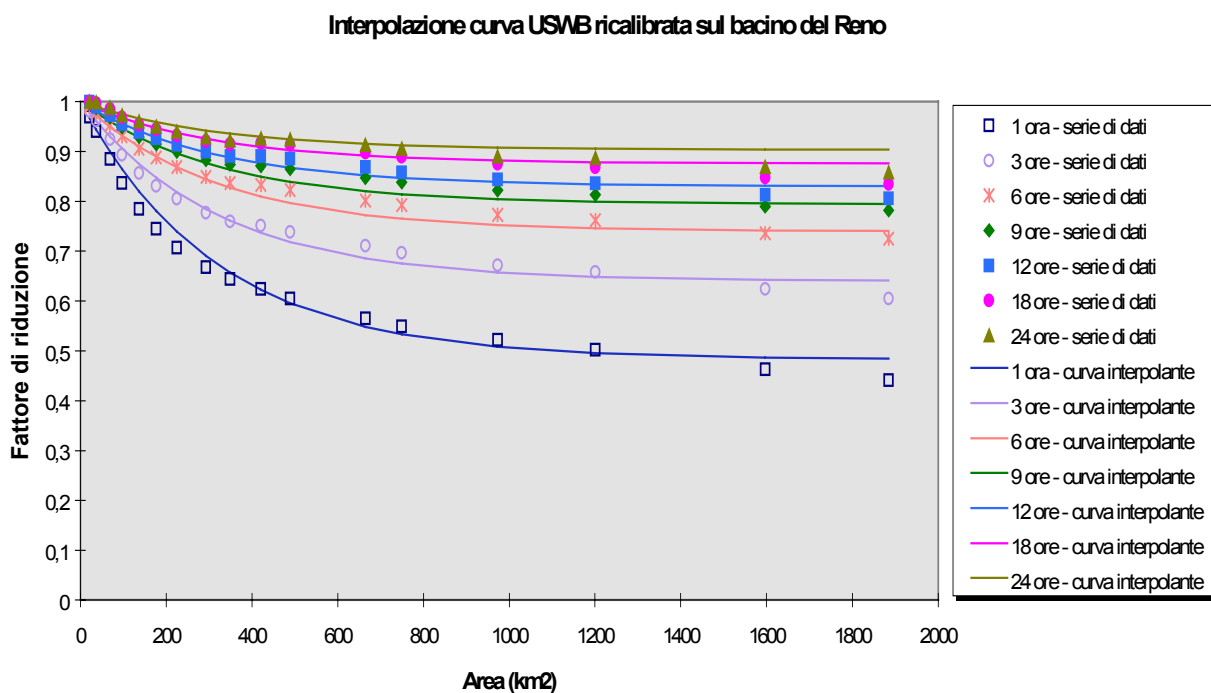


Fig. 19 -Curva del fattore di riduzione areale di pioggia secondo USWB ricalibrata nel comprensorio del bacino del Reno, a confronto con i valori sperimentali

- Formula proposta da Moisello-Papiri ricalibrata

$$ARF(A, d) = 1 - \exp \left\{ c_1 A^{c_2} d^{c_3 - \exp(c_4 A^{c_5})} \right\}$$

$$\begin{aligned} c1 &= -9.16366213 \\ c2 &= -0.36478036 \\ c3 &= 1.20489531 \\ c4 &= -0.00309531 \\ c5 &= 0.57995146 \end{aligned}$$

Questa formulazione ricalibrata sui dati del Reno fornisce buoni andamenti sui valori sperimentali, e rappresenta la migliore stima esaminata; anch'essa tende ad una lieve sovrastima del fattore di riduzione, per le aree più estese alle durate di 18 ore e superiori. Risulta comunque valida in tutto il dominio esaminato delle variabili area e durata; anche oltre i limiti per cui è stata ricavata dagli autori (durate inferiori a 12 ore e aree inferiori a 800 km²). La rappresentazione grafica è mostrata in figura 20

Interpolazione curva Moisello-Papiri, ricalibrata sul bacino del Reno

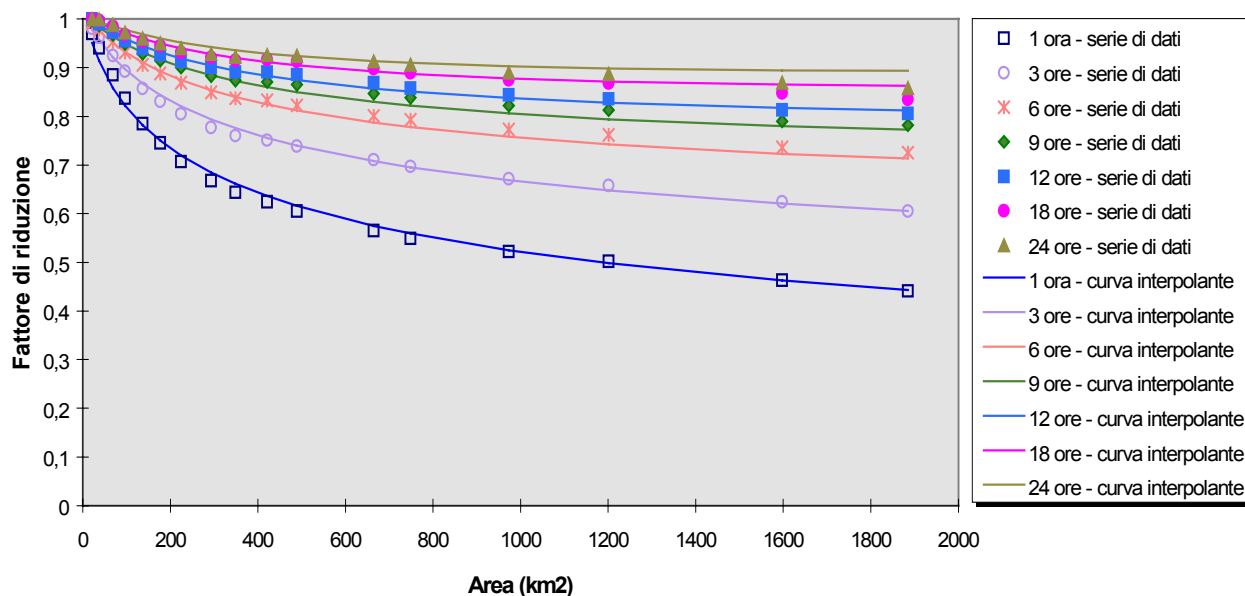


Fig. 20 - Curva del fattore di riduzione areale di pioggia secondo Moisello - Papiri ricalibrata nel comprensorio del bacino del Reno, a confronto con i valori sperimentali

- Formula proposta da Columbo ricalibrata

$$ARF(A, d) = (1 - c_1 A^{c_2}) d^{(c_3 A^{c_4})}$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.04750145 \\ c_2 &= 0.31668794 \\ c_3 &= 0.01490330 \\ c_4 &= 0.33204862 \end{aligned}$$

Quest'ultima curva esaminata non si adatta in modo soddisfacente ai valori sperimentali, le curve a durata costante risultano in generale sensibilmente discoste da tali valori. D'altra parte questa formulazione era stata proposta dall'autore per aree inferiori ai 50 km², quindi per un intervallo sostanzialmente diverso da quello della presente stima e applicazione. La rappresentazione grafica è mostrata in figura 21.

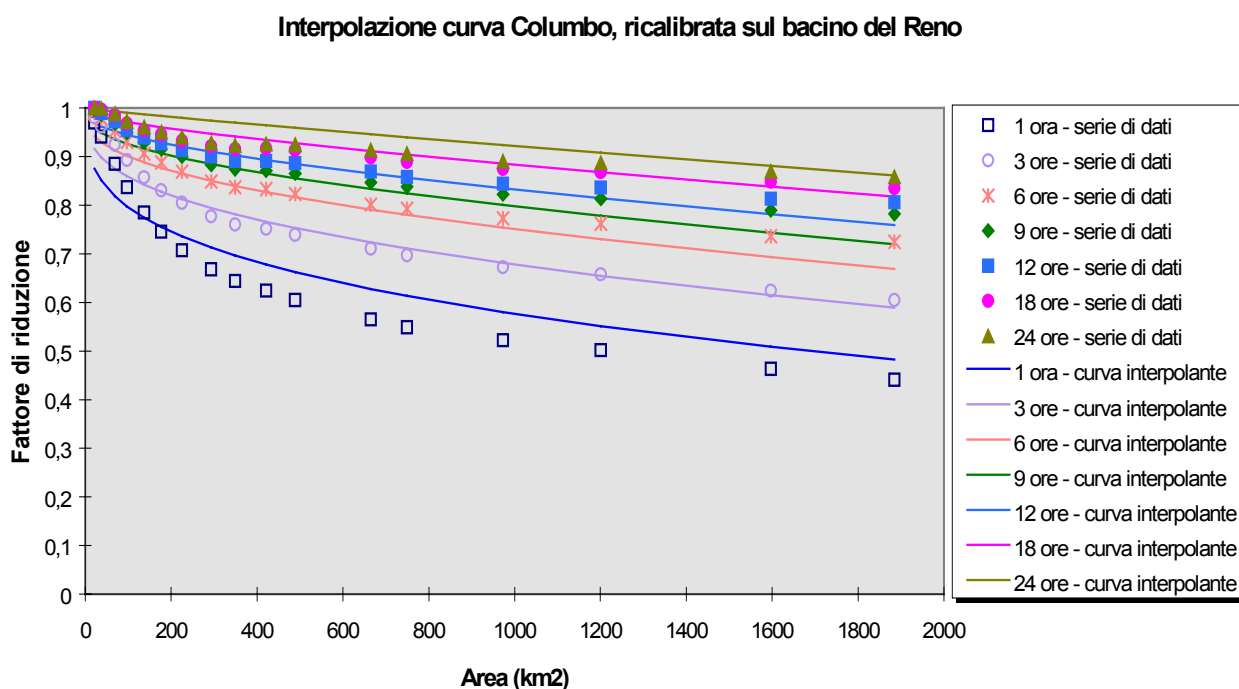


Fig. 21 - Curva del fattore di riduzione areale di pioggia secondo Columbo ricalibrata nel comprensorio del bacino del Reno, a confronto con i valori sperimentali

3.4 Conclusioni

Differentemente da altre metodologie adottate per la valutazione dei fattori di riduzione areale, basate sul calcolo dei rapporti tra piogge massime puntuali ed areali, e quindi non necessariamente relative allo stesso evento di pioggia, la metodologia usata si basa sul calcolo degli effettivi rapporti areali tra pioggia puntuale e corrispondenti valori areali, rilevati per i medesimi eventi meteorici.

Inoltre la metodologia utilizzata ha consentito di prendere in considerazione e mediare i risultati di numerosi erosi eventi nel periodo esaminato.

Ciò ha consentito di ottenere valori sperimentali medi del rapporto di riduzione areale, con andamento piuttosto regolare, in dipendenza dall'area e dalla durata di pioggia.

Le formulazioni esaminate per le curve di interpolazione dei valori sperimentali hanno quindi fornito stime abbastanza soddisfacenti, sia per la formula del USWB, che tuttavia per aree superiori a circa 1000 Km² e specialmente per durate superiori alle 12 ore, tende a sovrastimare rispetto ai valori sperimentali, sia soprattutto per la formulazione di Moisello Papiri che risulta ben corrispondente ai dati sperimentali anche per le aree più elevate, oltre cioè i valori per cui è stata proposta dagli stessi autori. Assai peggiore è invece la stima ottenuta con la formulazione di Colombo, peraltro proposta dall'autore per aree di dimensione molto più contenuta.

Risultano pertanto ben applicabili al bacino del Reno le formule:

- monomie per singole durate, valide su tutto il campo di aree analizzato, fino a 2000 km²
- USWB ricalibrata, valida su aree fino a circa 1500 km²
- Moisello-Papiri ricalibrata, valide su tutto il campo di aree analizzato, fino a 2000 km²

APPENDICE A

LA DISTRIBUZIONE G.E.V.
(GENERALIZED EXTREME VALUES)

La distribuzione G.E.V. nella forma che esprime la variabile aleatoria in funzione della probabilità assume la seguente espressione:

$$x(F) = \begin{cases} \frac{\xi + \alpha [l(-\ln F)^k]}{k} & \text{per } k \neq 0 \\ \xi - \alpha \ln(-\ln F) & \text{per } k = 0 \end{cases}$$

con

$$\begin{aligned} x &\geq \xi + \frac{\alpha}{k} && \text{per } k < 0 \\ x &\leq \xi + \frac{\alpha}{k} && \text{per } k \geq 0 \end{aligned}$$

ed in cui:

x è la variabile che esprime la grandezza (pioggia, portata, ecc.) adimensionalizzata;

F rappresenta la probabilità di non superamento;

ξ , α e k sono i parametri da stimare sulla base dei dati, con $-0.5 \leq k \leq 0.5$

APPENDICE B

STIMA DEI PARAMETRI DELLA DISTRIBUZIONE G.E.V. (GENERALIZED EXTREME VALUES)

Viene qui brevemente esposto il metodo di stima dei parametri della distribuzione G.E.V. utilizzato per l'estrapolazione di variabili idrologiche quali le precipitazioni intense o le portate di piena.

Innanzitutto è necessario determinare la densità di probabilità dei massimi $f(x)$, successivamente si effettuano le estrapolazioni sulla distribuzione dei quantili $x(F)$.

Di solito si ipotizza che la distribuzione dei massimi della variabile sia una Gumbel o una Generalized Extreme-Value (GEV) e si stimano i parametri con il metodo della massima verosimiglianza o dei momenti. Tuttavia in questo modo si ottengono distribuzioni che danno una buona rappresentazione delle probabilità di ottenere valori intorno alla media, ma non danno valori di probabilità altrettanto buoni per quegli eventi ai quali corrispondono le code di tali distribuzioni. Dal momento che la determinazione di queste distribuzioni ha come scopo l'estrapolazione dei valori ai quali corrispondono probabilità dell'ordine di 0.99 e 0.999, risulta necessario utilizzare il metodo di stima che permette di ottenere le stime dei parametri che forniscono le migliori rappresentazioni delle code delle distribuzioni.

Per questo motivo e per la buona operatività si è utilizzato il metodo di stima che utilizza gli *L-moment*.

Il calcolo dei *Probability Weighted Moment* (PWM) consente l'utilizzo di un approccio alternativo alla stima dei parametri di una distribuzione (vedi Hosking, 1989).

Per definizione i PWM di una certa variabile aleatoria X sono

$$M_{p,r,s} = E\left[X^p (F(X))^r (1-F(X))^s\right] \quad p, r, s \in IR$$

Se $p, r, s \in IN$ allora $M_{p,r,s} = \frac{r! s!}{(r+s+1)!} E\left[X_{r+1:r+s+1}^p\right]$, dove $x_{k:n}$ è la k -sima statistica d'ordine di un campione di numerosità n .

I momenti che sono stati utilizzati sono i seguenti:

$$\alpha_r = M_{1,0,r-1} = E\left[X(1-F(X))^{r-1}\right]$$

$$\beta_r = M_{1,r-1,0} = E[X F(X)^{r-1}] \quad r=1,2,\dots$$

In particolare $r\alpha_r = E[X_{l,r}]$ è il valore atteso della statistica d'ordine che rappresenta la variabile "minimo di X ", mentre $r\beta_r = E[X_{r,r}]$ è il valore atteso della statistica d'ordine che rappresenta la variabile "massimo di X ".

Utilizzando a_r o b_r è possibile calcolare gli L -moments

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} E[X_{r-k:r}] = (-1)^{r-1} \sum_{k=1}^r p_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=1}^r p_{r,k}^* \beta_k$$

con:

$$p_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k}$$

Si noti che l_1 è una misura di locazione, l_2 è una misura di scala, l_3/l_2 è una misura di asimmetria e l_4/l_2 è una misura di curtosi della distribuzione.

La stima dei p parametri di una distribuzione $F(x)$ utilizzando gli L -moment viene effettuata applicando il metodo dei momenti, cioè ponendo l'uguaglianza dei primi p L -moment campionari con i primi p L -moment teorici.

Nel caso di una distribuzione di tipo Gumbel, $X \approx GUM(\xi, \alpha)$, con

$$F(X) = \exp\left[-\exp\left[-\left(\frac{x-\xi}{\alpha}\right)\right]\right] \quad \text{e} \quad x(F) = \xi - \alpha \log(-\log F)$$

si può ricavare:

$$X = GUM(\xi, \alpha) \begin{cases} \lambda_1 = \xi + \alpha\gamma \\ \lambda_{21} = \alpha \log 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{\lambda_2}{\log 2} \\ \xi = \lambda_1 - \gamma\alpha \end{cases}$$

□

dove $\gamma = 0,5772\dots$ è la costante di Eulero.

Se invece si considera una Generalized Extreme-Value, $X \approx GEV(\xi, \alpha, k)$, con

$$F(x) = \exp \left[- \left[1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}} \right]^k \right] \quad \text{e} \quad x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (-\log F)^k \right]$$

dove per $k \neq 0$,⁽¹⁾ si ottengono le espressioni

$$r\beta_r = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - r^{-k} \Gamma(1+k) \right] \quad r=1,2,\dots$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1+k)] \\ \lambda_2 = \frac{\alpha}{k} (1 - 2^{-k}) \Gamma(1+k) \\ \lambda_3 = \frac{\alpha}{k} (1 - 3 \cdot 2^{-k} + 2 \cdot 3^{-k}) \Gamma(1+k) \end{cases}$$

Siccome k non è ricavabile in forma analitica, Hosking suggerisce l'approssimazione

$k = 7.8590 c + 2.9554 c^2$, con $c = \frac{2b_2 - b_1}{3b_3 - b_1} - \frac{\log 2}{\log 3}$ mentre per gli altri parametri si ha

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k}{(1 - 2^{-k}) \Gamma(1+k)} \quad \text{e} \quad \xi = \lambda_1 - \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1+k)]$$

(1) Se $k=0$ si ottiene la Gumbel.

APPENDICE C

VALORE ATTESO E VARIANZA DELLA STIMA DELLA DISTRIBUZIONE G.E.V.

Data la distribuzione F della variabile x espressa dalla

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (-\log F)^k \right]$$

in cui ξ, α e k sono i parametri stimati su n osservazioni.

è possibile approssimare il valore $f(x)$ con lo sviluppo in serie arrestato al secondo ordine espresso dalla

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^2 f''(x_0)$$

di cui il valore atteso diviene

$$E[f(x)] = f(x_0) + \frac{1}{2}\sigma_x^2 f''(x_0)$$

Considerando la distribuzione asintotica dei PWM, la stima del vettore dei parametri ha una distribuzione Normale multivariata (Rao, 1973) la cui matrice di covarianza ha la forma

$$A = n^{-1} \begin{pmatrix} \alpha^2 \omega_{11} & \alpha^2 \omega_{12} & \alpha \omega_{13} \\ \alpha^2 \omega_{12} & \alpha^2 \omega_{22} & \alpha \omega_{23} \\ \alpha^2 \omega_{13} & \alpha^2 \omega_{23} & \alpha \omega_{33} \end{pmatrix}$$

in cui i w_{ij} sono funzione di k ed hanno forma algebrica complessa, ma possono essere valutati per via numerica e tabulati in dipendenza da k .

Sviluppando l'espressione della varianza espressa dalla

$$\sigma_x^2 = \bar{X}'^T T A \bar{X}'$$

in cui \bar{X}' è il vettore delle derivate rispetto ai parametri ξ, α e k .

Il calcolo della varianza della stima σ_n e del valore atteso μ_x può quindi essere ottenuto con le espressioni:

□

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\alpha^2 x_\xi^1 \omega_n + \alpha^2 x_\alpha^2 \omega_{22} + x_k^2 \omega_{33} + 2\alpha^2 x_\xi x_\alpha \omega_{12} + 2\alpha x_\xi x_k \omega_{13} + 2\alpha x_\xi x_k \omega_{23} + x_k^2 \omega_{33} \right)}$$

$$\mu_x = \xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \right\} + \frac{1}{2n} x_{kk} \omega_{33} + \frac{1}{n} \alpha x_{\alpha k} \omega_{23} \quad (1)$$

in cui le derivate della funzione rispetto ai parametri sono espresse dalle:

$$\begin{aligned} x_\xi &= 1 \\ x_\alpha &= \frac{1}{k} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \right\} \\ x_k &= -\frac{\alpha}{k^2} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \left[1 - k(-\ln F)^k \right] \right\} \\ x_{\xi\xi} &= x_{\xi\alpha} = x_{\alpha\alpha} = x_{\xi k} = 0 \\ x_{\alpha k} &= -\frac{1}{k^2} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \left[1 - k(-\ln F)^k \right] \right\} \\ x_{kk} &= -\frac{2\alpha}{k^2} \left\{ 1 - (-\ln F)^k \left[1 - k(-\ln F)^k \right] \right\} - \frac{\alpha}{k} (-\ln F)^k \ln^2(-\ln F) \end{aligned} \quad (2)$$

ed essendo le grandezze w gli elementi della matrice di covarianza asintotica degli stimatori PWM, tabulati in funzione del valore del parametro k .

k	w ₁₁	w ₁₂	w ₁₃	w ₂₂	w ₂₃	w ₃₃
-4	1.6637	1.3355	1.1405	1.8461	1.1628	2.9092
-3	1.4153	.8912	.5640	1.2574	.4442	1.4090
-2	1.3322	.6727	.3926	1.0013	.2697	.9139
-1	1.2915	.5104	.3245	.8440	.2240	.6815
.0	1.2686	.3704	.2992	.7390	.2247	.5633
.1	1.2551	.2411	.2966	.6708	.2447	.5103
.2	1.2474	.1177	.3081	.6330	.2728	.5021
.3	1.2438	-.0023	.3297	.6223	.36033	.5294
.4	1.2433	-.1205	.3592	.6368	.3329	.5880

Elementi della matrice di covarianza asintotica degli stimatori PWM della distribuzione G.E.V.

□

APPENDICE D

CALCOLO DEI FATTORI DI CRESCITA DELLE ESPRESSIONI REGIONALI

□

Sia F la probabilità di non superamento assegnata, o se si preferisce fissare il tempo di ritorno T sia $F = 1 - \frac{1}{T}$ la corrispondente probabilità

Dalla tabella relativa alla curva regionale si ricavano i parametri corrispondenti ξ, α, k (*csi, alfa e kappa*) ed in numero di dati n ; in funzioni di k si ottengono poi dalla tabella degli elementi della matrice di covarianza asintotica degli stimatori PWM, riportata in appendice C, i corrispondenti valori dei fattori w_{ij} .

Sempre con riferimento all'Appendice C, utilizzando le espressioni (2) in funzione del valore di F e dei parametri ottenuti, si possono ricavare i valori delle derivate della variabile x rispetto ai parametri.

Infine dalla prima delle espressioni (1) si calcola la grandezza μ_x che rappresenta il fattore di crescita cercato.